Macroeconomía Internacional

Primer Parcial Soluciones

Instrucciones generales: El examen es estrictamente individual, de lo contrario se aplicarán todas las normas disciplinarias especificadas en el Reglamento Académico Estudiantil. Envíe una foto clara y completa de sus respuestas, preferiblemente escaneadas. No se otorgarán puntos si la respuesta es ilegible o no está adjunta. Tiene que mostrar todo su razonamiento. Puede utilizar una tableta o similar para escribir sus respuestas. Puede utilizar cualquier material de clase, pero es su responsabilidad asegurarse que lo que utilice sea correcto. La prueba tiene una duración de 3 horas y cuenta con 15 minutos adicionales para preparar y enviar sus respuestas. No se aceptarán archivos después de las 8:15 p.m., sin excepción.

Fecha de entrega: Viernes 14 de octubre antes de las 8:15 p.m. Enviar PDF a i2022ucr@gmail.com y subir a este vínculo. Si enfrenta alguna emergencia, puede llamar al 7224-3205.

1. **(Transmisión internacional de choques de productividad)** Considere un mundo con solamente dos economías abiertas y de dos períodos. Sea una de esas economías los Estados Unidos (U) y la otra Europa (E). Los hogares en los Estados Unidos tienen preferencias descritas por la función de utilidad:

$$\ln C_1^U + \ln C_2^U$$

Con C_1^U y C_2^U denota el consumo de los hogares estadounidenses en el período 1 y 2, respectivamente. Los hogares europeos tiene preferencias idénticas de la forma:

$$\ln C_1^E + \ln C_2^E$$

Con C_1^L y C_2^L el consumo de los hogares latinoamericanos en el período 1 y 2, respectivamente. Sea Q_1^i la dotación de los hogares de la economía $i \in (U, E)$en el período 1. Asuma además que las dotaciones no son almacenables, que los Estados Unidos y Europa son de igual tamaño y que existe libre movilidad de capital entre ambas economías. Los hogares de Estados Unidos y Europa empiezan el período 1 con una posición externa neta de cero. Ambos países utilizan capital físico para la producción del bien de consumo en el período 2. La función de producción está dada por:

$$Q_2^U = A_2^U \left(K_2^U\right)^{1/2}$$
$$Q_2^E = A_2^E \left(K_2^E\right)^{1/2}$$

Suponga que el capital físico evoluciona de la siguiente manera:

$$K_{t+1}^i = (1-\delta)K_t^i + I_t^i$$

Y que $\delta = 1$, con $i \in (U, E)$.

a) Considere el país $i \in (U, E)$. Plantee el problema del hogar en esta economía i. Obtenga la curva de inversión de este país i en función de una tasa de interés r_1^i y los parámetros del modelo.

$$\max_{C_1, I_1} \ln C_1^i + \ln\left(\left(Q_1^i - C_1^i - I_1^i\right)(1 + r_1^i) + A_2^i F(I_1^i)\right)$$

La condición de primer orden para I_1 es:

$$A_2^i F'(I_1^i) = 1 + r_1^i$$
$$I_1^i = \left(\frac{A_2^i}{2\left(1 + r_1^i\right)}\right)^2$$

b) Obtenga el consumo y la cuenta corriente para el país i como función de la tasa de interés r_1^i. Suponga libre movilidad de capitales, ¿qué condición deberían cumplir r_1^U y r_1^E?

De la condición de primer orden para C_1, se obtiene que:

$$
\begin{aligned}
\left(Q_1^i - C_1^i - \left(\frac{A_2^i}{2\left(1+r_1^i\right)}\right)^2\right)(1+r_1^i) + A_2^i\left(\frac{A_2^i}{2\left(1+r_1^i\right)}\right) &= C_1^i(1+r_1^i) \\
Q_1^i(1+r_1^i) - \frac{\left(A_2^i\right)^2}{4\left(1+r_1^i\right)} + \frac{\left(A_2^i\right)^2}{2\left(1+r_1^i\right)} &= 2C_1^i(1+r_1^i) \\
Q_1^i(1+r_1^i) + \frac{\left(A_2^i\right)^2}{4\left(1+r_1^i\right)} &= 2C_1^i(1+r_1^i) \\
C_1^i &= \frac{1}{2}\left(Q_1^i + \frac{\left(A_2^i\right)^2}{4\left(1+r_1^i\right)^2}\right)
\end{aligned}
$$

Entonces, la cuenta corriente está dada por:

$$
\begin{aligned}
CA_1^i &= Q_1^i - C_1^i - I_1^i \\
&= Q_1^i - \frac{1}{2}\left(Q_1^i + \frac{\left(A_2^i\right)^2}{4\left(1+r_1^i\right)^2}\right) - \left(\frac{A_2^i}{2\left(1+r_1^i\right)}\right)^2 \\
&= \frac{1}{2}Q_1^i - \frac{\left(A_2^i\right)^2}{8\left(1+r_1^i\right)^2} - \frac{\left(A_2^i\right)^2}{4\left(1+r_1^i\right)^2} \\
&= \frac{1}{2}\left(Q_1^i - \frac{3}{4}\frac{\left(A_2^i\right)^2}{\left(1+r_1^i\right)^2}\right)
\end{aligned}
$$

Bajo libre movilidad de capitales, se tiene que $r_1^U = r_1^E$.

c) Utilizando la función de cuenta corriente U y para E, encuentre la ecuación que determina la tasa de interés mundial r^*.

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2}\left(Q_1^U - \frac{3}{4}\frac{\left(A_2^U\right)^2}{(1+r^*)^2}\right) + \frac{1}{2}\left(Q_1^E - \frac{3}{4}\frac{\left(A_2^E\right)^2}{(1+r^*)^2}\right) &= 0 \\
Q_1^U + Q_1^E &= \frac{3}{4}\frac{\left(A_2^U\right)^2 + \left(A_2^E\right)^2}{(1+r^*)^2} \\
(1+r^*)^2 &= \frac{3}{4}\frac{\left(A_2^U\right)^2 + \left(A_2^E\right)^2}{Q_1^U + Q_1^E}
\end{aligned}
$$

d) Suponga que $A_2^U = \sqrt{3}$, $A_2^E = 1$, $Q_1^U = 2.5$ y $Q_1^E = 0.5$. Encuentre el valor de la tasa de interés mundial r^*,la cuenta corriente CA_1^i y el producto Q_2^i en cada economía.

$$
\begin{aligned}
(1+r^*)^2 &= \frac{3}{4}\frac{3+1}{2.5+0.5} \\
\Leftrightarrow r^* &= 0
\end{aligned}
$$

Entonces

$$
\begin{aligned}
CA_1^U &= \frac{1}{2}\left(2.5-\frac{9}{4}\right) = 1/8 \\
CA_1^E &= -CA_1^U = -1/8
\end{aligned}
$$

Además

$$
\begin{aligned}
Q_2^U &= \frac{\left(A_2^U\right)^2}{2\left(1+r^*\right)} = \frac{3}{2} \\
Q_2^E &= \frac{\left(A_2^E\right)^2}{2\left(1+r^*\right)} = \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

e) Utilizando los mismos valores que el inciso anterior, suponga que Estados Unidos experimenta una innovación productiva que aumenta A_2^U de $\sqrt{2}$ a 2. ¿Qué efectos tiene dicho choque de productividad en Estados Unidos sobre Europa? Para responder la pregunta, estime el nuevo Q_2^i en ambas economías y compárelo con el Q_2^i en el inciso anterior y muestre si el choque tiene efectos expansivos o contractivos sobre el PIB de Europa en el período 2. ¿Por qué y cómo un choque originario de Estados Unidos se transmitiría a Europa según este modelo?

$$
\begin{aligned}
(1+r^*)^2 &= \frac{3}{4}\frac{4+1}{2.5+0.5} \\
r^* &= 11.8\,\%
\end{aligned}
$$

Es decir, el choque de productividad en EE.UU. aumentó la tasa de interés mundial. Esto reduciría la inversión privada en Europa. En particular:

$$
\begin{aligned}
Q_2^U &= \frac{4}{2\left(1+0.118\right)} = 1.7889 \\
Q_2^E &= \frac{1}{2\left(1+0.118\right)} = 0.4472
\end{aligned}
$$

Note que el producto en el período 2 aumenta para EE.UU. y disminuye para

Europa. Es decir, el choque tiene efectos expansivos para EE.UU. pero contractivos sobre Europa. Esto porque el choque de productividad se transmite a Europa mediante a un aumento en la tasa de interés que deprime la inversión privada y reduce la producción en el período 2. Para EE.UU., a pesar de que la tasa de interés aumenta también, el choque de productividad compensa y expande su producto en el período 2.

2. **(Almacenamiento y contraciclicidad de la cuenta corriente)** Considere una economía de dos períodos, pequeña y abierta con un bien de consumo almacenable. El hogar puede consumir C_1 unidades del bien de consumo y, posterior a ello, puede almacenar dichas unidades para transformarlas en consumo futuro en el período 2 y volver a consumirlas. Sin embargo, unos ratones se comen una fracción δ del bien de consumo almacenado, dejando solamente $(1-\delta)C_1$ disponible para el consumo en el período 2. Las preferencias están descritas por la función de utilidad

$$\ln(C_1) + \ln(C_2)$$

Asuma que la tasa de interés mundial, r^*, es 10 %, la dotación en el período 1, denotada por Q_1 es 1, y la dotación del período 2, denotada por Q_2, es igual a 1.1. Finalmente asuma que la posición externa inicial, B_0, es cero.

a) Plantee la restricción presupuestaria intertemporal del hogar.

$$C_1 + B_1 = Q_1$$
$$C_2 = Q_2 + (1+r^*)B_1 + (1-\delta)C_1$$

Entonces

$$C_2 = (1+r^*)(Q_1 - C_1) + Q_2 + (1-\delta)C_1$$
$$C_2 = (1+r^*)Q_1 + Q_2 - (r^*+\delta)C_1$$

b) Exprese el consumo óptimo del hogar representativo y la cuenta corriente bajo libre movilidad de capitales. No utilice los valores numéricos. Es decir, el consumo presente, el consumo futuro y la cuenta corriente en función de las variables exógenas Q_1, Q_2, r^*y el parámetro δ.

$$\max \ln C_1 + \ln\left((1+r^*)Q_1 + Q_2 - (r^*+\delta)C_1\right)$$

La condición de primer orden implica que:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{C_1} &= \frac{(r^* - \delta)}{(1+r^*)Q_1 + Q_2 - (r^* + \delta)C_1} \\
(1+r^*)Q_1 + Q_2 - (r^* - \delta)C_1 &= (r^* + \delta)C_1 \\
C_1 &= \frac{1+r^*}{2(r^*+\delta)}\left(Q_1 + \frac{Q_2}{1+r^*}\right)
\end{aligned}$$

La cuenta corriente en el período 1 está dada por:

$$\begin{aligned}
CA_1 &= Q_1 - C_1 \\
&= Q_1 - \frac{1+r^*}{2(r^*+\delta)}\left(Q_1 + \frac{Q_2}{1+r^*}\right) \\
&= \frac{r^* + 2\delta - 1}{2(r^*+\delta)}Q_1 - \frac{Q_2}{2(r^*+\delta)}
\end{aligned}$$

La cuenta corriente en el período 2 es simplemente:

$$CA_1 = -CA_2 = -\frac{r^* + 2\delta - 1}{2(r^*+\delta)}Q_1 + \frac{Q_2}{2(r^*+\delta)}$$

c) Suponga que $\delta = 1$. Encuentre el consumo de equilibrio y la cuenta corriente en los períodos 1 y 2. (Utilice los valores numéricos dados).

$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1.1}{1+0.1}\right) = 1 \\
C_2 &= (1+r^*)C_1 = 1.1
\end{aligned}$$

La cuenta corriente en el período 1 es

$$CA_1 = \frac{1}{2}Q_1 - \frac{Q_2}{2(1+r^*)} = 0$$

Por tanto,

$$CA_2 = 0$$

d) Suponga que $\delta \in (0,1)$. Encuentre el consumo de equilibrio y la cuenta corriente en los períodos 1 y 2 utilizando los valores numéricos. ¿Existe alguna diferencia en el signo y la magnitud del ahorro? Explique por qué, si la hubiese.

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1+0.1}{2(0.1+\delta)}\left(1+\frac{1.1}{1+0.1}\right) \\ &= \frac{1.1}{(0.1+\delta)} \end{aligned}$$

Además, de la Ecuación de Euler:

$$\begin{aligned} C_2 &= C_1(r^*+\delta) \\ &= 1.1 \end{aligned}$$

La cuenta corriente es:

$$\begin{aligned} CA_1 &= \frac{0.1+2\delta-1-1.1}{2(0.1+\delta)} \\ &= \frac{-(1-\delta)}{(0.1+\delta)} < 0 \end{aligned}$$

Mientras que la cuenta corriente en el período 2 es:

$$CA_2 = -CA_1 = \frac{(1-\delta)}{(0.1+\delta)} > 0$$

Por tanto, ahora el hogar se va a endeudar con el resto del mundo (déficit en cuenta corriente). Esto porque el bien de consumo en el período 1 puede volver a consumirse en el período 2. Así, el hogar busca consumir más en el período 1, para que perdure al período 2. En el período 2, el hogar no necesita dedicar tantos recursos a comprar bien de consumo porque puede volver a consumir lo que almacenó del período 1. Con este mayor ingreso disponible, entonces puede cancelar la deuda que contrajo en el período 1. Es decir, el hogar puede dedicar dotación en el período 2 para pagar su deuda sin sacrificar su consumo.

e) Suponga que $\Delta Q_1 = 1$ y que $\Delta Q_2 = \rho$, con $\rho \in (0,1)$. Es decir, un choque persistente de ingreso, con una persistencia de grado ρ. Asuma que $\delta = 1$. ¿Es la cuenta corriente procíclica? (Sugerencia: obtenga ΔCA_1 para demostrar su respuesta).

$$\begin{aligned}
CA_1 &= \frac{r^* + 2\delta - 1}{2(r^* + \delta)} Q_1 - \frac{Q_2}{2(r^* + \delta)} \\
\Rightarrow \Delta CA_1 &= \frac{r^* + 2\delta - 1}{2(r^* + \delta)} \Delta Q_1 - \frac{\Delta Q_2}{2(r^* + \delta)} \\
\Delta CA_1 &= \frac{2\delta - 0.9 - \rho}{2(r^* + \delta)}
\end{aligned}$$

TComo $\delta = 1$:

$$\Delta CA_1 = \frac{1.1 - \rho}{2(r^* + \delta)}$$

Lo cual es positivo dado que $\rho < 1$. Es decir, la cuenta corriente es procíclica: aumenta si el producto aumenta.

f) Suponga que $\Delta Q_1 = 1$ y que $\Delta Q_2 = \rho$, con $\rho \in (0, 1)$. Suponga que $\delta \in (0, 1)$. Encuentre los pares (δ, ρ) tal que la respuesta de la cuenta corriente en el período 1 sea contracíclica[1].

$$\begin{aligned}
\Delta CA_1 = \frac{2\delta - 0.9 - \rho}{2(r^* + \delta)} &< 0 \\
\Leftrightarrow 2\delta - 0.9 &< \rho
\end{aligned}$$

3. **(Un impuesto al consumo en una economía grande)** Considere un modelo de dos economías grandes de dotación con dos períodos. Los hogares del país A están dotados con $Q_1^A = 0$ bienes de consumo en el período 1 y $Q_2^A = Q > 0$ bienes de consumo en el período 2. En el país B, las dotaciones son $Q_1^B = Q$ y $Q_2^B = 0$. En ambos países, los hogares tienen preferencias definidas por la misma función de utilidad

$$\ln C_1^A + \ln C_2^A,$$

en el país A y

$$\ln C_1^B + \ln C_2^B,$$

en el país B, con C_t^i, para $i = A, B$ y $t = 1, 2$, denotando en consumo en el país i en el período t. En ambos países, los hogares incian el período 1 con una posición externa neta de cero $\left(B_0^i = 0\right)$.

a) Calcule el valor de equilibrio del consumo para los países A y B en el período 1 y 2, la cuenta corriente en los países A y B en el período 1, $\left(CA_1^A \text{ y } CA_1^B\right)$, y

[1] Su respuesta debería verse como $\{(\delta, \rho) : a\rho + b < \rho\}$,con a y b constantes.

la tasa de interés mundial (r^*).

$$C_1^i = \frac{1}{2}\left(Q_1^i + \frac{Q_2^i}{1+r^*}\right)$$

Entonces:

$$\begin{aligned} CA_1^i &= Q_1^i - C_1^i \\ &= \frac{1}{2}\left(Q_1^i - \frac{Q_2^i}{1+r^*}\right) \end{aligned}$$

Así, utilizando los valores numéricos:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}\frac{Q}{1+r^*} + \frac{1}{2}Q &= 0 \\ r^* &= 0 \end{aligned}$$

Así,

$$\begin{aligned} C_1^A &= \frac{1}{2}Q = C_1^B \\ C_2^A &= \frac{1}{2}Q = C_2^B \\ CA_1^A &= -\frac{1}{2}Q \\ CA_1^B &= \frac{1}{2}Q \end{aligned}$$

b) El gobierno del país A entiende que, aunque los hogares toman la tasa de interés como dada, el país como un todo tiene poder de mercado en el mercado de capitales internacionales. Para tomar ventaja, el gobierno del país A busca desincentivar el consumo en el período 1 implementando un impuesto proporcional al consumo en el período 1 con una tasa τ_1 igual a 10 % $(\tau_1 = 0.1)$. No impone ningún impuesto en el período 2. El gobierno en el país 1 devuelve a los hogares los impuestos recolectado mediante una suma fija L_1 en el período 1 (no hay gasto público). Suponga que el gobierno del país B no reacciona ni toma represalias. Encuentre el valor de equilibrio de la tasa de interés r^*. ¿Logra el gobierno del país A bajar la tasa de interés mundial?

Las restricciones presupuestarias para la economía A vienen dadas por:

$$\begin{aligned}(1+\tau_1)C_1^A + B_1^A &= Q_1^A + L_1\\ C_2^A &= Q_2^A + (1+r^*)B_1^A\end{aligned}$$

Por lo que la restricción presupuestaria intertemporal del hogar es:

$$(1+\tau_1)C_1^A + \frac{C_2^A}{1+r^*} = Q_1^A + L_1 + \frac{Q_2^A}{1+r^*}$$

Entonces, el problema del hogar del país A es:

$$\text{máx} \ln C_1^A + \ln\left((Q_1^A + L_1 - (1+\tau_1)C_1^A)(1+r^*) + Q_2^A\right)$$

La condición de primer orden es entonces:

$$\frac{C_2^A}{C_1^A} = (1+\tau_1)(1+r^*)$$

La restricción presupuestaria del gobierno de la economía A viene dada por:

$$\tau_1 C_1^A = L_1$$

Entonces, la restricción presupuestaria intertemporal de la economía viene dada por:

$$C_1^A + \frac{C_2^A}{1+r^*} = Q_1^A + \frac{Q_2^A}{1+r^*}$$

Introduciendo la Ecuación del Euler dentro de la restricción presupuestaria de la economía, se tiene que:

$$\begin{aligned}C_1^A + (1+\tau_1)C_1^A &= Q_1^A + \frac{Q_2^A}{1+r^*}\\ C_1^A &= \frac{1}{2+\tau_1}\left(Q_1^A + \frac{Q_2^A}{1+r^*}\right)\end{aligned}$$

Utilizando los valores numéricos de las dotaciones:

$$C_1^A = \frac{1}{2+\tau_1}\frac{Q}{1+r^*}$$

Por lo que la función de cuenta corriente para el país A es:

$$CA_1^A = -\frac{1}{2+\tau_1}\frac{Q}{1+r^*}$$

La función de cuenta corriente del país B no cambia con respecto al ejercicio anterior:

$$CA_1^B = \frac{1}{2}Q$$

Entonces:

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{2+\tau_1}\frac{Q}{1+r^*} + \frac{1}{2}Q = 0 \\
1+r^* &= \frac{2}{2+\tau_1} \\
r^* &= -\frac{\tau_1}{2+\tau_1} \\
r^* &= -\frac{1}{21} < 0
\end{aligned}$$

Es decir, el gobierno del país A logra disminuir la tasa de interés mundial. Finalmente, el consumo del país A es:

$$\begin{aligned}
C_1^A &= \frac{1}{2+\tau_1}Q\frac{2+\tau_1}{2} = \frac{Q}{2} \\
C_2^A &= C_1^A\left(1+r^*\right)\left(1+\tau_1\right) = \frac{Q}{2}\frac{2}{2+\tau_1}\left(1+\tau_1\right) = \frac{11}{21}Q
\end{aligned}$$

Y el del país B es:

$$\begin{aligned}
C_1^B &= \frac{1}{2}Q \\
C_2^B &= \left(1+r^*\right)C_1^B = \frac{Q}{2+\tau_1} = \frac{10}{21}Q
\end{aligned}$$

c) Compare el consumo de equilibrio en el país i $\left(C_1^i, C_2^i\right)$, con y sin el impuesto al consumo. En particular, ¿es el bienestar en el país A con impuesto mayor o menor? ¿y el bienestar en el país B?

Sin impuestos, el consumo en ambos países está dado por:

$$\left(C_1^A, C_2^A\right) = \left(\frac{1}{2}Q, \frac{1}{2}Q\right)$$
$$\left(C_1^B, C_2^B\right) = \left(\frac{1}{2}Q, \frac{1}{2}Q\right)$$

Con impuestos, el consumo de ambos países está dado por:

$$\left(C_1^A, C_2^A\right) = \left(\frac{1}{2}Q, \frac{11}{21}Q\right)$$
$$\left(C_1^B, C_2^B\right) = \left(\frac{1}{2}Q, \frac{10}{21}Q\right)$$

Claramente, el bienestar del país A es mayor porque su consumo es más alto en el período 2 e igual en el consumo 1. El país B, por su parte, está peor.

d) Generalice sus conclusiones para cualquier valor de $\tau_1 > 0$. ¿Existe un valor de τ_1 que maximice el bienestar en el país A? Para responder esta pregunta, siga asumiendo que el país del gobierno B sigue sin reaccionar o tomar represalias.
De los incisos anteriores, se obtuvo que:

$$C_1^A = \frac{1}{2+\tau_1}Q\frac{2+\tau_1}{2} = \frac{Q}{2}$$
$$C_2^A = C_1^A\left(1+r^*\right)\left(1+\tau_1\right) = \frac{1+\tau_1}{2+\tau_1}Q$$

Es decir, C_1^A es independiente de τ_1 pero C_2^A es creciente en τ_1. Por tanto, asumiendo que $\tau_1 \in [0,1]$, el valor de τ_1 que maximiza el bienestar del país B es $\tau_1 = 1$. Es difícil concebir una tasa de impuesto superior a 100 %.