EC3201 Teoría Macroeconómica 2
I Examen

Prof. Jonathan Garita

I-2026

Instrucciones generales: El examen es estrictamente individual. No se permite el uso de dispositivos electrónicos, salvo una calculadora. Cada pregunta tiene el mismo valor (50%). Debe mostrar su razonamiento según lo solicitado en cada pregunta; sin embargo, esto no implica que deba desarrollar todo desde cero.

1. Considere un hogar representativo en una economía de dotación de tres periodos. Las preferencias del hogar están dadas por:

$$U = \sum_{j=0}^{2} \beta^j \log(C_{t+j}) \tag{1}$$

Suponga que la tasa de interés real se mantiene constante, es decir, $r_{t+j} = r$ para $j = 0, 1, 2$. Suponga, además, que el hogar inicia sin riqueza y que su flujo de dotaciones, $\{Y_{t+j}\}_{j=0}^{2}$, es completamente conocido y exógeno.

(a) Plantee el problema del hogar.

$$\max_{C_t, C_{t+1}, C_{t+2}} u(C_t) + \beta u(C_{t+1}) + \beta^2 u(C_{t+2})$$

$$s.a.$$

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r} + \frac{C_{t+2}}{(1+r)^2} = Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1+r} + \frac{Y_{t+2}}{(1+r)^2}$$

(b) Obtenga las condiciones de optimalidad. Debe identificar claramente las variables endógenas y las ecuaciones que caracterizan el equilibrio del problema del hogar.

Las condiciones de primer orden (CPO) son:

$$
\begin{aligned}
[C_t] &: u'(C_t) - \lambda = 0 \\
[C_{t+1}] &: \beta u'(C_{t+1}) - \frac{\lambda}{1+r} = 0 \\
[C_{t+1}] &: \beta^2 u'(C_{t+1}) - \frac{\lambda}{(1+r)^2} = 0 \\
[\lambda] &: C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r} + \frac{C_{t+2}}{(1+r)^2} = Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1+r} + \frac{Y_{t+2}}{(1+r)^2}
\end{aligned}
$$

Combinando $[C_t]$ y $[C_{t+1}]$:

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \beta(1+r)$$

Combinando $[C_{t+2}]$ y $[C_{t+1}]$:

$$
\begin{aligned}
&\frac{C_{t+2}}{C_{t+1}} = \beta(1+r) \\
\iff &\frac{C_{t+2}}{C_t} = \beta^2(1+r)^2
\end{aligned}
$$

(c) Obtenga la función de consumo presente.

Sustituyendo los dos últimos resultados en la RPI:

$$
\begin{aligned}
&C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r} + \frac{C_{t+2}}{(1+r)^2} = Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1+r} + \frac{Y_{t+2}}{(1+r)^2} \\
\iff &C_t + \beta C_t + \beta^2 C_t = Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1+r} + \frac{Y_{t+2}}{(1+r)^2} \\
\iff &C_t = \left(\frac{1}{1+\beta+\beta^2}\right)\left(Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1+r} + \frac{Y_{t+2}}{(1+r)^2}\right)
\end{aligned}
$$

(d) Suponga que $\beta = 1$, $r = 0$ y que el perfil de ingreso es $Y_t = 1$, $Y_{t+1} = 2$ y $Y_{t+2} = 3$. Encuentre el consumo, el stock de ahorro y el flujo de ahorro en cada periodo.

Sustituyendo los valores en la función de consumo presente:

$$
\begin{aligned}
C_t &= \left(\frac{1}{1+\beta+\beta^2}\right)\left(Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1+r} + \frac{Y_{t+2}}{(1+r)^2}\right) \\
&= \left(\frac{1}{3}\right)(1+2+3) \\
&= 2
\end{aligned}
$$

Además, como $\beta(1+r)=1$, de la Ecuación de Euler se tiene que el consumo en todos los periodos es igual a C=2.

Ahora, de la restricción presupuestaria en t, como el individuo empieza sin riqueza, su stock de ahorro es igual al flujo de ahorro y viene dado por:

$$S_t = Y_t - C_t = 1 - 2 = -1.$$

En el periodo $t+1$, se tiene que el stock de ahorro es:

$$S_{t+1} = Y_{t+1} - C_{t+1} + (1+r)S_t = 2 - 2 - 1 \times 1 = -1.$$

Pero el flujo de ahorro es:

$$S_{t+1} - S_t = -1 - (-1) = 0$$

En el periodo $t+2$, se tiene que el stock de ahorro es $S_{t+2} = 0$ por condición terminal. El flujo de ahorro es:

$$S_{t+2} - S_{t+1} = Y_{t+1} - C_{t+1} + rS_t = 3 - 2 - 1 \times 1 = 1.$$

2. Considere una economía competitiva de dos periodos con una empresa representativa. La tecnología está dada por:

$$Y_{t+j} = A_{t+j}K_{t+j}^{\alpha}, \qquad \forall j = 0, 1, \qquad \alpha \in (0,1) \tag{2}$$

La ley de acumulación de capital está dada por:

$$K_{t+1+j} = I_{t+j} + (1-\delta)K_{t+j}, \qquad \forall j \in \{0,1\}, \qquad \delta \in (0,1) \tag{3}$$

Suponga que los mercados son perfectamente competitivos. El mercado de fondos prestables determina una tasa de interés real pasiva igual a r_t y una tasa de interés real activa igual a $r_t^I = r_t + f_t$, donde f_t es un margen de intermediación positivo. Suponga, además, que la empresa financia completamente su inversión en el mercado de fondos prestables.

(a) Plantee el problema de la empresa.

$$\max_{K_{t+1}} A_t K_t^{\alpha} + \frac{1}{1+r}\left(A_{t+1}K_{t+1}^{\alpha} + (1-\delta)K_{t+1} - (1+r_t^I)(K_{t+1} - (1-\delta)K_t)\right)$$

(b) Obtenga las condiciones de optimalidad de la empresa. Debe identificar claramente las variables endógenas y las ecuaciones que caracterizan la solución del problema.

Las condiciones de primer orden (CPO) son:

$$[K_{t+1}]: \quad \frac{1}{1+r}\left(\alpha A_{t+1}K_{t+1}^{\alpha-1} + (1-\delta) - (1+r_t^I)\right) = 0$$

Simplificando, la condición de optimalidad de la empresa es:

$$\frac{\alpha A_{t+1}}{K_{t+1}^{1-\alpha}} + (1-\delta) = (1+r_t^I)$$
$$K_{t+1} = \left(\frac{\alpha A_{t+1}}{r_t + f_t + \delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

(c) Obtenga la función de inversión de la empresa en el periodo t.

Como

$$I_t = K_{t+1} - (1-\delta)K_t$$

Entonces, usando la condición de optimalidad:

$$I_t = \left(\frac{\alpha A_{t+1}}{r_t + f_t + \delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} - (1-\delta)K_t$$

(d) Choque financiero: suponga que el intermediario financiero aumenta f_t. ¿Cómo cambia la inversión deseada de la empresa? Explique intuitivamente el comportamiento.

Claramente, I_t es decreciente en f_t. Esto porque el costo marginal del capital físico aumenta, lo que hace que la empresa desee crear menos capital.

3. Considere una economía competitiva de dos periodos con un hogar representativo, donde el numerario son unidades de consumo. Las preferencias del hogar están dadas por:

$$U = u(C_t, L_t) + \beta u(C_{t+1}, L_{t+1}) \tag{4}$$

donde C_{t+j} denota el consumo y L_{t+j} las horas de ocio. El hogar es propietario de la empresa y del intermediario financiero, e inicia el periodo t sin riqueza. Suponga, además, que:

$$u(C, L) = \log(C) + \theta \log(L) \tag{5}$$

El hogar decide su oferta laboral, es decir, las horas trabajadas N_{t+j} para $j = 0, 1$. Cada hora trabajada se remunera con un salario real w_{t+j}. El hogar toma los dividendos como exógenos.

Finalmente, suponga que el tiempo disponible del hogar está normalizado de forma que:

$$1 = N_{t+j} + L_{t+j} + T \tag{6}$$

donde T es un tiempo fijo destinado al transporte y completamente independiente de cualquier decisión de consumo u oferta laboral.

(a) Plantee el problema del hogar.

$$\max_{C_t, C_{t+1}, N_t, N_{t+1}} u(C_t, 1 - T - N_t) + \beta u(C_t, 1 - T - N_{t+1})$$
$$s.a.$$
$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r} = w_t + D_t + \frac{w_{t+1}N_{t+1} + D_{t+1} + D^I_{t+1}}{1+r}$$

(b) Obtenga las condiciones de optimalidad del hogar. Debe identificar claramente las variables endógenas y las ecuaciones que caracterizan la solución del problema.

Las condiciones de primer orden (CPO) son:

$$\begin{aligned}
[C_t] &: u_c(C_t, 1 - T - N_t) - \lambda = 0 \\
[C_{t+1}] &: \beta u_c(C_{t+1}, 1 - T - N_{t+1}) - \frac{\lambda}{1+r} = 0 \\
[N_t] &: -u_L(C_t, 1 - T - N_t) - \lambda w_t = 0 \\
[N_{t+1}] &: -\beta u_L(C_{t+1}, 1 - T - N_{t+1}) + \frac{\lambda w_{t+1}}{1+r} = 0 \\
[\lambda] &: C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r} = w_t + D_t + \frac{w_{t+1}N_{t+1} + D_{t+1} + D^I_{t+1}}{1+r}
\end{aligned}$$

Combinando $[C_t]$ y $[C_{t+1}]$:

$$u_c(C_t, 1-T-N_t) = \beta(1+r)u_c(C_{t+1}, 1-T-N_{t+1})$$

Combinando $[C_t]$ y $[N_t]$:

$$u_L(C_t, 1-T-N_t) = w_t u_c(C_t, 1-T-N_t)$$

Combinando $[C_{t+1}]$ y $[N_{t+1}]$:

$$u_L(C_{t+1}, 1-T-N_{t+1}) = w_{t+1} u_c(C_{t+1}, 1-T-N_{t+1})$$

Entonces, las variables endógenas son $C_t, C_{t+1}, N_t, N_{t+1}$ y las condiciones de optimalidad son:

$$\begin{aligned}
u_c(C_t, 1-T-N_t) &= \beta(1+r)u_c(C_{t+1}, 1-T-N_{t+1}) \\
u_L(C_t, 1-T-N_t) &= w_t u_c(C_t, 1-T-N_t) \\
u_L(C_{t+1}, 1-T-N_{t+1}) &= w_{t+1} u_c(C_{t+1}, 1-T-N_{t+1}) \\
C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r} &= w_t + D_t + \frac{w_{t+1}N_{t+1} + D_{t+1} + D^I_{t+1}}{1+r}
\end{aligned}$$

Del inciso, sabemos que:

$$\begin{aligned}
u_c(C, 1-T-N) &= \frac{1}{C} \\
u_L(C, 1-T-N) &= \frac{\theta}{1-T-N}
\end{aligned}$$

Entonces, las condiciones de optimalidad son:

$$\begin{aligned}
\frac{C_{t+1}}{C_t} &= \beta(1+r) \\
\frac{\theta_t C_t}{1-T-N_t} &= w_t \\
\frac{\theta_{t+1} C_{t+1}}{1-T-N_{t+1}} &= w_{t+1} \\
C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r} &= w_t + D_t + \frac{w_{t+1}N_{t+1} + D_{t+1} + D^I_{t+1}}{1+r}
\end{aligned}$$

(c) Suponga que, por problemas generalizados de congestión vial en el país, el hogar debe dedicar más tiempo al transporte, es decir, aumenta T. Analice, en equilibrio parcial, cómo este cambio afecta el bienestar del hogar. En su respuesta, considere los argumentos de la función de utilidad vitalicia y las restricciones relevantes.

En equilibrio parcial, un mayor tiempo de transporte disminuye el tiempo disponible del hogar para distribuirlo entre ocio y consumo (trabajo). Ante ello, el bienestar va a caer, pues ambas variables participan en la función de utilidad que mide el bienestar. El efecto final y cómo el hogar ajusta su ocio-consumo va a depender de la solución de las condiciones de optimalidad con un T más alto.