

EC3201 Teoría Macroeconómica 2

I Examen

Prof. Jonathan Garita

II-2026

Instrucciones generales: El examen es estrictamente individual. No se permite el uso de dispositivos electrónicos, salvo una calculadora. Cada pregunta tiene el mismo valor 50%). Debe mostrar su razonamiento según lo solicitado en cada pregunta; sin embargo, esto no implica que deba desarrollar todo desde cero.

1. Considere un hogar representativo en una economía de dotación. Las preferencias del hogar están dadas por:

$$U = \sum_{j=0}^T \beta^j \log(C_{t+j}) \quad (1)$$

Suponga que la tasa de interés real se mantiene constante, es decir, $r_{t+j} = r$ para $j = 0, 1, \dots, T$. Suponga, además, que el hogar inicia sin riqueza y que su flujo de dotaciones, $\{Y_{t+j}\}_{j=0}^T$, es completamente conocido y exógeno.

- (a) Plantee el problema de optimización del hogar y obtenga la función de consumo presente, C_t ¹.

$$\max_{C_{t+j}} \sum_{j=0}^T \beta^j \log(C_{t+j})$$

s.a.

$$\sum_{j=0}^T \frac{C_{t+j}}{(1+r)^j} = \sum_{j=0}^T \frac{Y_{t+j}}{(1+r)^j}$$

Las condiciones de primer orden están dadas por:

$$^1 \sum_{j=0}^T \beta^j = \frac{1-\beta^{T+1}}{1-\beta}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{C_t} &= \lambda \\ \frac{\beta}{C_{t+1}} &= \frac{\lambda}{1+r} \\ &\dots \\ \frac{\beta^j}{C_{t+j}} &= \frac{\lambda}{(1+r)^j}\end{aligned}$$

Esto da una sucesión de ecuaciones de Euler:

$$\begin{aligned}C_{t+1} &= \beta(1+r)C_t \\ C_{t+2} &= \beta(1+r)C_{t+1} \\ &\dots \\ C_{t+j} &= \beta(1+r)C_{t+j-1}\end{aligned}$$

Note que entonces:

$$\begin{aligned}\frac{C_{t+1}}{1+r} &= \beta C_t \\ \frac{C_{t+2}}{(1+r)^2} &= \beta^2 C_t \\ &\dots \\ \frac{C_{t+j}}{(1+r)^j} &= \beta^j C_t\end{aligned}$$

Así, sustituyendo en la restricción presupuestaria intertemporal:

$$\begin{aligned}\sum_{j=0}^T \beta^j C_t &= \sum_{j=0}^T \frac{Y_{t+j}}{(1+r)^j} \\ C_t \sum_{j=0}^T \beta^j &= \sum_{j=0}^T \frac{Y_{t+j}}{(1+r)^j} \\ C_t \frac{1-\beta^{T+1}}{1-\beta} &= \sum_{j=0}^T \frac{Y_{t+j}}{(1+r)^j} \\ C_t &= \left(\frac{1-\beta}{1-\beta^{T+1}} \right) \left(\sum_{j=0}^T \frac{Y_{t+j}}{(1+r)^j} \right)\end{aligned}$$

- (b) Establezca y verifique si se cumple la hipótesis del ingreso permanente en este modelo.

La hipótesis establece que los hogares determinan sus decisiones de consumo con base en el perfil de ingreso esperado en el largo plazo, en lugar de solamente su ingreso presente. En este caso se cumple, pues el consumo es una fracción de la renta permanente.

(c) Suponga ahora que

$$\beta(1+r) = 1$$

y que el perfil de ingreso es constante:

$$Y_{t+j} = Y, \quad j = 0, \dots, T.$$

Muestre que la senda óptima de consumo satisface

$$C_{t+j} = Y, \quad j = 0, \dots, T.$$

Explique la intuición económica de este resultado.

Como $\beta(1+r) = 1$, dadas las sucesiones de Euler obtenidas en el inciso a, se ve que el perfil de consumo es constante en el tiempo. Es decir:

$$C_{t+j} = C \quad \forall j = 0, 1, \dots, T.$$

Ahora, incorporando $Y_{t+j} = Y$ en la restricción presupuestaria intertemporal:

$$\begin{aligned} C_t &= \left(\frac{1-\beta}{1-\beta^{T+1}} \right) \left(Y \sum_{j=0}^T \frac{1}{(1+r)^j} \right) \\ C_t &= \left(\frac{1-\beta}{1-\beta^{T+1}} \right) \left(Y \sum_{j=0}^T \beta^j \right) \\ C_t &= Y \left(\frac{1-\beta}{1-\beta^{T+1}} \right) \left(\frac{1-\beta^{T+1}}{1-\beta} \right) \\ &C_t = Y \end{aligned}$$

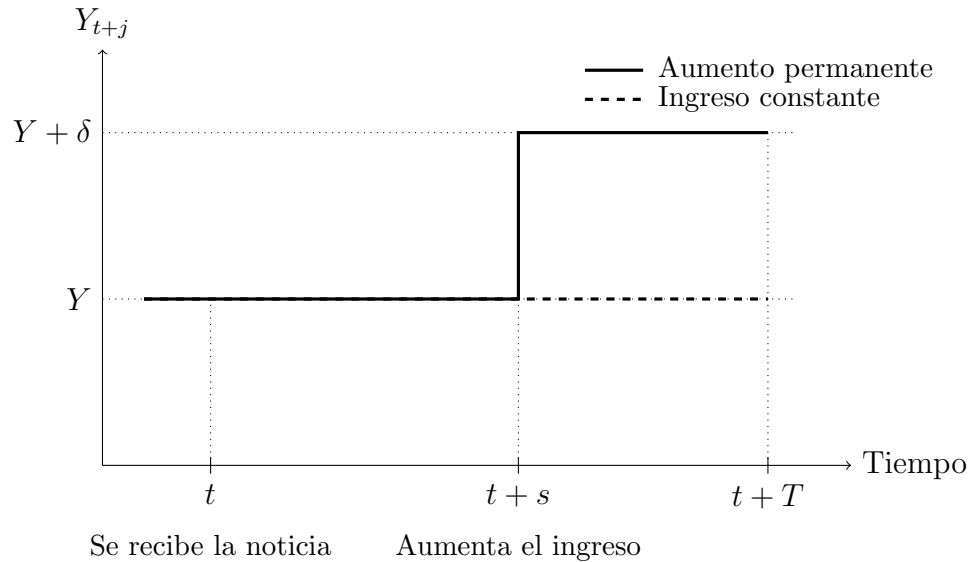
Así:

$$C_{t+j} = Y \quad \forall j = 0, 1, \dots, T.$$

Esto ocurre porque dadas las preferencias, si $\beta(1+r) = 1$, entonces el hogar decidirá suavizar perfectamente su consumo y, como el perfil de ingreso es constante, entonces no hay necesidad de ahorrar o endeudarse para suavizar el consumo.

- (d) Partiendo de la situación descrita en el inciso anterior, suponga que en el periodo t el hogar recibe información cierta de que su ingreso aumentará permanentemente en $\delta > 0$ a partir del periodo $t + s$, tal y como muestra la Figura 1:

Figure 1: Perfil de ingreso



Manteniendo el supuesto $\beta(1+r) = 1$, determine cuánto cambia el consumo presente en el momento en que se recibe la noticia².

La función de consumo está dada por:

$$C_t = \left(\frac{1-\beta}{1-\beta^{T+1}} \right) \left(\sum_{j=0}^T \frac{Y_{t+j}}{(1+r)^j} \right)$$

Así,

$${}^2\sum_{j=s}^T \beta^j = \beta^s \frac{1-\beta^{T-s+1}}{1-\beta}$$

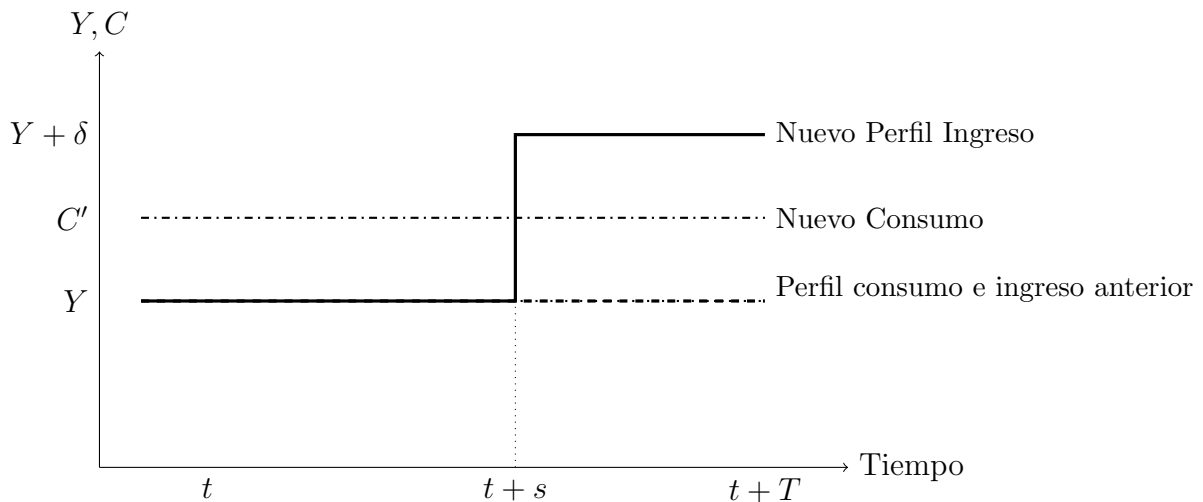
$$\begin{aligned}
dC_t &= \left(\frac{1-\beta}{1-\beta^{T+1}} \right) \left(\sum_{j=0}^T \frac{dY_{t+j}}{(1+r)^j} \right) \\
dC_t &= \left(\frac{1-\beta}{1-\beta^{T+1}} \right) \left(\sum_{j=0}^{s-1} \frac{dY_{t+j}}{(1+r)^j} + \sum_{j=s}^T \frac{dY_{t+j}}{(1+r)^j} \right) \\
dC_t &= \left(\frac{1-\beta}{1-\beta^{T+1}} \right) \left(\sum_{j=s}^T \frac{\delta}{(1+r)^j} \right) \\
dC_t &= \left(\frac{1-\beta}{1-\beta^{T+1}} \right) \left(\delta \sum_{j=s}^T \beta^j \right) \\
dC_t &= \left(\frac{1-\beta}{1-\beta^{T+1}} \right) \left(\delta \beta^s \frac{1-\beta^{T-s+1}}{1-\beta} \right) \\
dC_t &= \left(\frac{\delta \beta^s (1-\beta^{T-s+1})}{1-\beta^{T+1}} \right)
\end{aligned}$$

Note que $dC_t < \delta$ pues el aumento en el ingreso no es simétrico. Es decir, el ingreso no aumenta siempre.

- (e) Tome como base la Figura 1 y grafique la senda de consumo sin el choque de ingresos y con el choque de ingresos.

Como el consumo es constante en el tiempo, la senda de consumo sigue siendo horizontal pero se desplaza hacia arriba. Sin embargo, para los periodos $t+s, \dots, T$, no se desplaza hacia el nuevo ingreso, sino por debajo porque el hogar distribuye el shock entre todos los periodos, incluyendo aquellos donde no aumentó el ingreso.

Figure 2: Perfiles de ingreso y consumo



- (f) Considere ahora un hogar sujeto a una restricción de endeudamiento que se mantiene vinculante en todo momento. Como resultado, el hogar se ve obligado

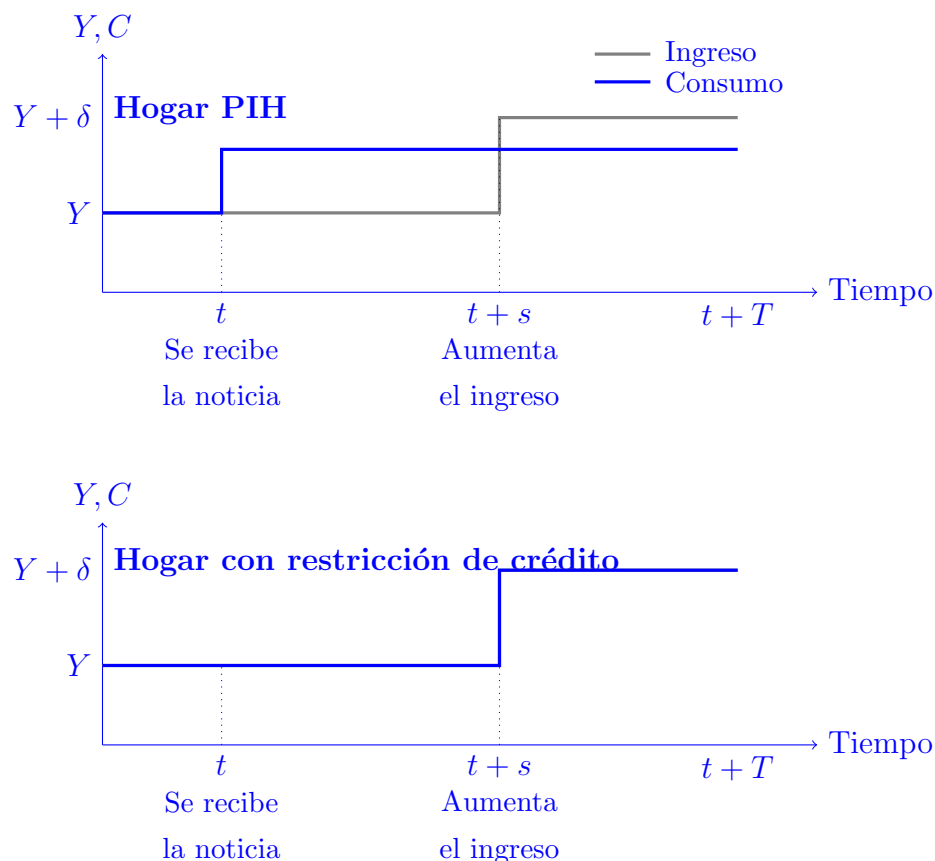
a consumir su dotación en cada periodo, de modo que

$$C_{t+j} = Y_{t+j}.$$

Suponga que el perfil de ingreso es idéntico al del hogar anterior. En particular, en el periodo t el hogar recibe la noticia de que su ingreso aumentará de Y a $Y + \delta$ a partir de $t + s$. Grafique la senda de consumo de este hogar antes y después del aumento del ingreso, utilizando un gráfico similar al de la Figura 1.

En este caso, el hogar siempre consume su dotación. Ante ello, aunque recibe la noticia con anticipación del choque de ingreso, no puede reaccionar porque no puede endeudarse. Ante ello, este hogar no ajusta su consumo, sino hasta $t + s$ que puede hacerlo sin necesidad de endeudarse.

Figure 3: Respuesta del consumo ante un aumento anticipado del ingreso



- (g) Compare las respuestas del consumo de los dos hogares ante la misma noticia sobre el aumento futuro del ingreso. Explique económicamente el origen de las diferencias entre ambas respuestas. El hogar sin restricciones de endeudamiento ajusta su consumo a la noticia de un ingreso más alto en el futuro. Lo hace endeudándose para trasladar parte del choque al presente y así poder

suavizar un perfil de consumo más alto. El hogar con restricciones de endeudamiento no puede hacerlo. Entonces, el choque aunque es el mismo, no genera la misma reacción entre los dos tipos de hogar.

2. Considere una economía competitiva de dos períodos con un hogar representativo que posee el capital y las acciones de la empresa. Las preferencias del hogar son

$$U = \log(C_t) + \beta \log(C_{t+1}) \quad (2)$$

La tecnología es lineal en capital,

$$Y_{t+j} = A_{t+j}K_{t+j} \quad \forall j = 0, 1 \quad (3)$$

y el capital se deprecia completamente,

$$K_{t+1+j} = I_{t+j} + (1 - \delta)K_{t+j}, \quad \delta = 1, \quad \forall j \in \{0, 1\}. \quad (4)$$

Los mercados son competitivos; la empresa se financia y remunera el capital a la tasa r_t , que es la misma que enfrenta el hogar.

- (a) Plantee el problema del hogar.

$$\begin{aligned} & \max_{C_t, C_{t+1}} \log(C_t) + \beta \log(C_{t+1}) \\ C_t + \frac{C_{t+1}}{1 + r_t} &= D_t + \frac{D_{t+1} + D_{t+1}^I}{1 + r_t} \end{aligned}$$

- (b) Plantee el problema de la empresa.

Como $\delta = 1$, de la ley de movimiento del capital:

$$\begin{aligned} K_{t+1} &= I_t + (1 - \delta)K_t & \Rightarrow K_{t+1} &= I_t \\ K_{t+2} &= I_{t+1} + (1 - \delta)K_{t+1} & \Rightarrow K_{t+2} &= I_{t+1} = 0 \end{aligned}$$

Entonces, el problema de la empresa se reduce a:

$$\begin{aligned} & \max_{K_{t+1}} D_t + \frac{D_{t+1}}{1 + r_t} \\ & D_t = A_t K_t \\ & D_{t+1} = A_{t+1} K_{t+1} - (1 + r_t) K_{t+1} \end{aligned}$$

Simplificando

$$\max_{K_{t+1}} A_t K_t + \frac{A_{t+1} K_{t+1} - (1 + r_t) K_{t+1}}{1 + r_t}$$

La condición de primer orden implica que:

$$A_{t+1} = (1 + r_t)$$

(c) Obtenga las ecuaciones de equilibrio general para $C_t, C_{t+1}, I_t, r_t, Y_t$ y Y_{t+1} .

El problema del hogar implica las condiciones de optimalidad:

$$\begin{aligned} \frac{C_{t+1}}{C_t} &= \beta(1 + r_t) \\ C_t + \frac{C_{t+1}}{1 + r_t} &= D_t + \frac{D_{t+1} + D_{t+1}^I}{1 + r_t} \end{aligned}$$

Combinando, la función de consumo en cada periodo son:

$$\begin{aligned} C_t &= \left(\frac{1}{1 + \beta} \right) \left(D_t + \frac{D_{t+1} + D_{t+1}^I}{1 + r_t} \right) \\ C_{t+1} &= \beta(1 + r_t) \left(\frac{1}{1 + \beta} \right) \left(D_t + \frac{D_{t+1} + D_{t+1}^I}{1 + r_t} \right) \end{aligned}$$

Las condición de optimalidad para la empresa para K_{t+1} es:

$$A_{t+1} = (1 + r_t)$$

Ahora, **en equilibrio general**, sabemos que r_t vacía el mercado de fondos prestables. Esto implica que:

$$D_{t+1}^I \equiv r_t S_t - r_t I_t = 0$$

Además, en equilibrio general $A_{t+1} = (1 + r_t)$, por lo que los dividendos que genera la empresa son:

$$\begin{aligned} D_t &= A_t K_t \\ D_{t+1} &= A_{t+1} K_{t+1} - (1 + r_t) K_{t+1} = A_{t+1} K_{t+1} - A_{t+1} K_{t+1} = 0 \end{aligned}$$

Así, de la función de consumo del hogar, se tiene que:

$$C_t = \left(\frac{1}{1 + \beta} \right) A_t K_t$$

De igual forma, para el periodo $t + 1$, la función de consumo es:

$$\begin{aligned} C_{t+1} &= \beta(1 + r_t) \left(\frac{1}{1 + \beta} \right) A_t K_t \\ \Rightarrow C_{t+1} &= \left(\frac{\beta}{1 + \beta} \right) A_{t+1} A_t K_t \end{aligned}$$

Como A_t y K_t están dados, el producto Y_t está determinado en equilibrio general por:

$$Y_t = A_t K_t$$

En equilibrio general, el mercado de fondos prestables se aclara. Como $I_{t+1} = 0$ y sabemos la expresión de C_{t+1} en equilibrio general, entonces tenemos que para K_{t+1} :

$$\begin{aligned} Y_{t+1} &= C_{t+1} \\ \Rightarrow A_{t+1} K_{t+1} &= \left(\frac{\beta}{1 + \beta} \right) A_{t+1} A_t K_t \\ \Rightarrow K_{t+1} &= \left(\frac{\beta}{1 + \beta} \right) A_t K_t \end{aligned}$$

Finalmente, la producción en $t + 1$ en equilibrio general es:

$$\begin{aligned} Y_{t+1} &= A_{t+1} K_{t+1} \\ \Rightarrow Y_{t+1} &= \left(\frac{\beta}{1 + \beta} \right) A_{t+1} A_t K_t \end{aligned}$$

Por tanto, para las variables endógenas $C_t, C_{t+1}, I_t, Y_t, Y_{t+1}, r_t$, se tiene que el equilibrio general es:

$$\begin{aligned}C_t &= \left(\frac{1}{1+\beta} \right) A_t K_t \\C_{t+1} &= \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right) A_{t+1} A_t K_t \\I_t = K_{t+1} &= \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right) A_t K_t \\Y_t &= A_t K_t \\Y_{t+1} &= \left(\frac{\beta}{1+\beta} \right) A_{t+1} A_t K_t \\A_{t+1} &= (1+r_t)\end{aligned}$$

- (d) **Choque de β** Analice, usando el sistema de equilibrio, el efecto de un aumento de β sobre el equilibrio general de $C_t, C_{t+1}, I_t, r_t, Y_t$ y Y_{t+1} .

Del sistema de equilibrio general, un aumento en β claramente reduce C_t y no afecta ni Y_t ni r_t . Por su parte, $\frac{\beta}{1+\beta}$ es creciente en β , por lo que C_{t+1}, I_t y Y_{t+1} aumentan.

- (e) Explique, utilizando la intuición económica y del modelo, la naturaleza del choque y la respuesta de la inversión y del producto en los periodos t y $t+1$ ante el aumento en β .

El aumento en β se puede interpretar como un choque de paciencia: los hogares ahora son más pacientes y prefieren más que antes el consumo futuro. En equilibrio general, eso hace que el consumo presente caiga, por lo que el ahorro aumente. Sin embargo, el mayor ahorro no genera una presión en la tasa de interés porque es absorbido por una mayor inversión. El producto en t no cambia porque básicamente está fijado por el stock de capital y la productividad, que son variables exógenas. Ante ello, el choque induce a una recomposición de la demanda: menor consumo y mayor inversión. El producto en $t+1$ es más alto porque la mayor inversión se traduce en mayor capital en $t+1$, por lo que la producción va a ser mayor.