

# Soluciones II Examen

II - 2024

- a) Variables endógenas =  $\{C_t, I_t, Y_t, P_t, r_t, r_{t+1}\}$   
 Variables exógenas =  $\{G_t, G_{t+1}, A_{t+1}, K_t, M_t, \bar{w}_{t+1}^e\}$   
 $Y_{t+1} \rightarrow$  pseudo exógena

b) IS: Consiste en encontrar  $\exists r_t, Y_t$  tales que

$$Y_t = C^d(Y_t - G_t, Y_{t+1} - G_{t+1}, r_t) + I^d(r_t, A_{t+1}, K_t) + G_t$$

c) LM: Consiste en encontrar  $\exists r_t, Y_t$  tales que:

$$M_t = P_t M^d(r_{t+1}, \bar{w}_{t+1}^e, Y_t)$$

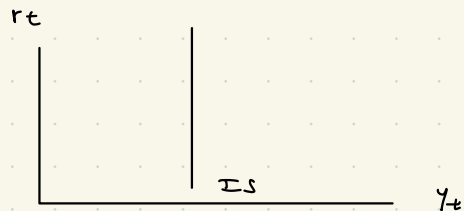
d) AD: Consiste en encontrar  $\exists P_t, Y_t$  tales que

$$Y_t = C^d(Y_t - G_t, Y_{t+1} - G_{t+1}, r_t) + I^d(r_t, A_{t+1}, K_t) + G_t$$

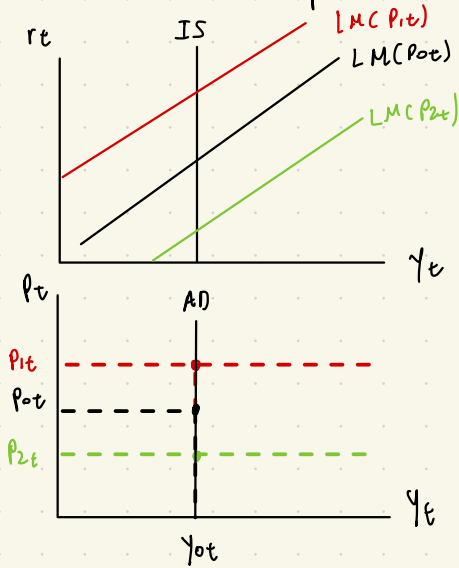
$$M_t = P_t M^d(r_{t+1}, \bar{w}_{t+1}^e, Y_t)$$

e) Si  $\frac{\partial C^d(\cdot)}{\partial r_t} = \frac{\partial I^d(\cdot)}{\partial r_t} = 0$ , entonces, la IS es completamente

inelástica a  $r_t$ :  $\frac{\partial IS}{\partial r_t} = 0$ .

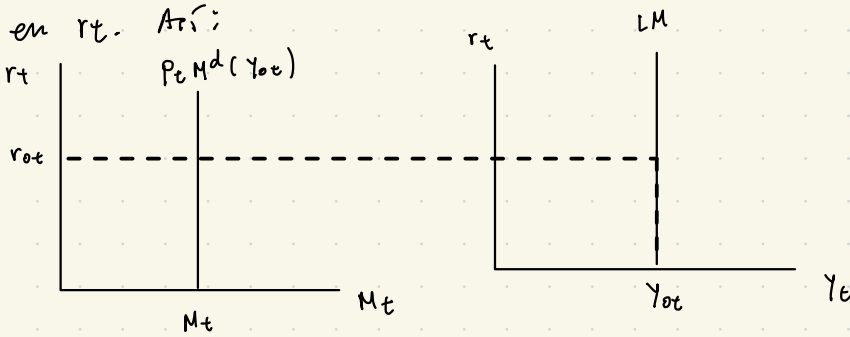


La curva AD estaría dada por:



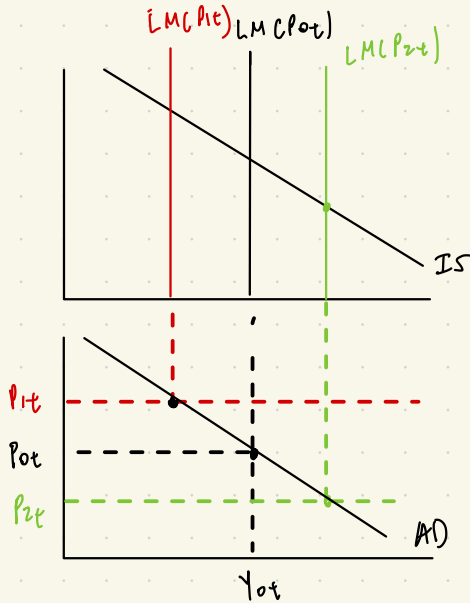
Es decir, AD es perfectamente inelástica en  $P_t$ .

f) En tal caso, la demanda monetaria es perfectamente inelástica



Es decir, la curva LM es completamente inelástica en  $r_t$

Por tanto:



Es decir, la curva AD sigue teniendo pendiente positiva en  $Y_e$

(2)

a) El equilibrio competitivo consiste en  $\{Y_t, C_t, I_t, r_t\}$  tal que

① Hogares maximizan su utilidad:

$$\begin{aligned} \max_{\{C_t, C_{t+1}\}} & \log C_t + \beta \log C_{t+1} \\ \text{s.a.} & \end{aligned}$$

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_t} = (D_t - G_t) + \frac{D_{t+1} + D_{t+1}^I}{1+r_t}$$

② Empresas reciben

$$\max_{K_{t+1}} A_t K_t^\alpha + \left(\frac{1}{1+r_t}\right) \left( A_{t+1} K_{t+1}^\alpha G_t^{1-\alpha} - (1+r_t) K_{t+1} \right)$$

③ Mercados se aclaran:

$$Y_t = C_t + I_t + G_t$$

Del problema de la empresa, se obtiene la CPO:

$$[K_{t+1}]: \left(\frac{1}{1+r_t}\right) \left( \alpha A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} G_t^{1-\alpha} - (1+r_t) \right) = 0$$

$\Rightarrow K_{t+1} = \left( \frac{\alpha A_{t+1} G_t^{1-\alpha}}{1+r_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$ . Note que existe una complementariedad positiva entre  $G_t$  y  $K_{t+1}$ .

$\Rightarrow K_{t+1} = \left( \frac{\alpha A_{t+1}}{1+r_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot G_t$  Esto porque  $\uparrow G_t \Rightarrow \uparrow$  productividad  $K_{t+1}$

b) El equilibrio centralizado consiste en  $\{C_t, K_{t+1}, G_t\}$  tal que

$$\max \log C_t + \beta \log C_{t+1}$$

s.a

$$A_t K_t^\alpha = C_t + K_{t+1} + G_t \quad \{ \lambda_t \}$$

$$A_{t+1} K_{t+1}^\alpha G_t^{1-\alpha} = C_{t+1} \quad \{ \lambda_{t+1} \}$$

Las CPO para  $K_{t+1}$  y  $G_t$  vienen dadas por:

$$[K_{t+1}]: -\lambda_t + \lambda_{t+1} (\alpha A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} G_t^{1-\alpha} + 1 - \delta) = 0$$

$$[G_t]: -\lambda_t + \lambda_{t+1} ((1-\alpha) A_{t+1} K_{t+1}^\alpha G_t^{-\alpha}) = 0$$

Simplificando

$$\frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}} = \alpha A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} G_t^{1-\alpha} + 1 - \delta$$

$$\frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}} = (1-\alpha) A_{t+1} K_{t+1}^\alpha G_t^{-\alpha}$$

Combinando ambas expresiones:

$$\alpha A_{t+1} K_{t+1}^{\alpha-1} G_t^{1-\alpha} + 1 - \delta = (1-\alpha) A_{t+1} K_{t+1}^\alpha G_t^{-\alpha}$$

Suponiendo  $\delta = 1$

$$\Rightarrow \alpha K_{t+1}^{-1} G_t = (1-\alpha) \Rightarrow \boxed{\frac{\alpha}{1-\alpha} = \frac{K_{t+1}}{G_t}}$$

c) Note que

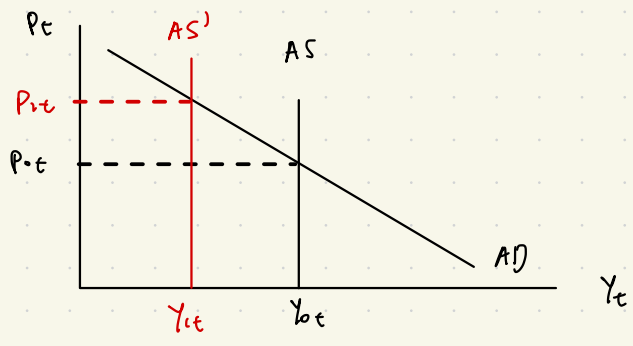
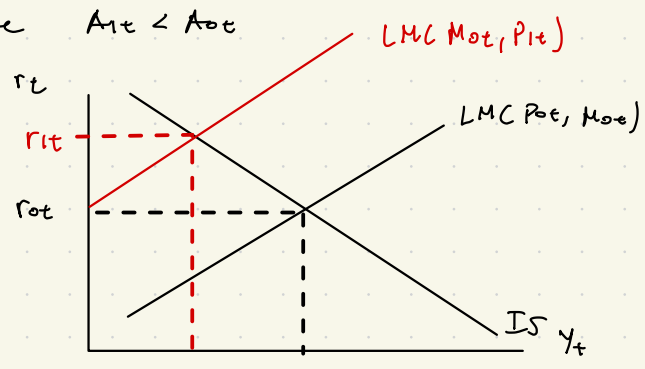
$$\frac{K_{\text{pr}}}{G_{\text{t}}} = \frac{\alpha}{1-\alpha} > 1 \quad (\Leftrightarrow) \quad \alpha > \alpha - 1$$

Es decir, la relación capital fijo privado/público es mayor que uno si la productividad del capital privado dentro de la función de producción es mayor que la del capital público.

Alternativamente,  $\frac{K_{\text{pr}}}{G_{\text{t}}} > 1$  si el capital privado es relativamente más importante que el capital fijo público dentro de la función de producción.

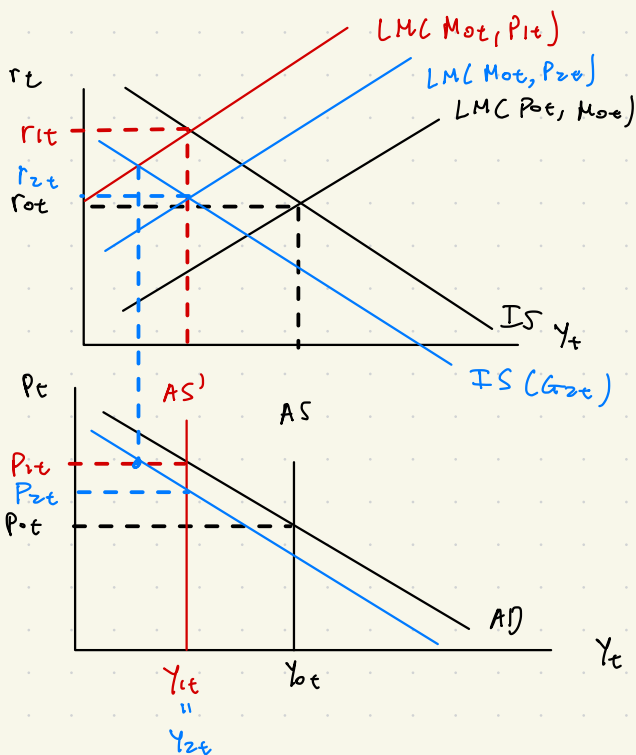
3) Consider

$A_{1t} < A_{0t}$



Choque de productividad implica  $\downarrow Y_t, \uparrow P_t, \uparrow r_t$ . Dado que  $\hat{i}_t = r_t + \pi_{t+1}^e$  y  $Y_t = A_t F(K_t, N_t)$ ,  $\uparrow \hat{i}_t, \downarrow N_t$ . Además,  $\uparrow r_t$  implica  $\downarrow I_t$  y  $\downarrow C_t$ .

b) Si  $A_{1t} < A_{0t}$  y  $G_{2t} < G_{0t} = G_{1t}$ , entonces.



Entonces, la combinación de choques implica que:

$Y_{2t} = Y_{1t} < Y_{0t} \rightarrow$  política de austeridad  
no contrarresta la recesión  
inducida por  $A_t$

$P_{0t} < P_{2t} < P_{1t} \rightarrow$  inflación es menor

$r_{0t} < r_{2t} < r_{1t} \rightarrow$  Aumento en  $r_t$  (y por ende  $i_t$ )  
es menor

$N_{2t} = N_{1t} < N_{0t} \rightarrow$  Política austeridad no contrarresta  
caída del empleo.



Ahora, como  $r_t$  aumenta pero en un menor grado, el producto no cambia ( $Y_{2t} = Y_{1t}$ ) y el gasto público es menor ( $G_{2t} < G_{0t}$ ):

$$Y_{2t} = C_{2t} + I_{2t} + G_{2t} = Y_{1t} = C_{1t} + I_{1t} + G_{0t}$$

Entonces

$$(C_{2t} + I_{2t}) > (C_{1t} + I_{1t})$$

Es decir, a pesar que la política de austeridad no tiene efecto sobre  $Y_t$ , si alivia la caída en  $C_t$  e  $I_t$  (es decir, la demanda privada)