Práctica Primer Parcial

Teoría Macroeconómica II

1. **La Curva de Rendimiento:** Supongamos que tiene una economía con un solo tipo de agente, pero que el tiempo dura tres períodos en lugar de dos. La utilidad vitalicia para el hogar es:

$$U = \ln C_t + \beta \ln C_{t+1} + \beta^2 \ln C_{t+2}$$

La restricción presupuestaria intertemporal es:

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_t} + \frac{C_{t+2}}{(1+r_t)(1+r_{t+1})} = Y_t + \frac{Y_{t+1}}{1+r_t} + \frac{Y_{t+2}}{(1+r_t)(1+r_{t+1})}$$

r_t es la tasa de interés sobre ahorro / préstamo entre t y $t+1$, mientras que r_{t+1} es la tasa de interés sobre ahorro / préstamo entre $t+1$ y $t+2$.

(a) Resuelva para C_{t+2} en la restricción intertemporal y sustituya esto en la utilidad vitalicia. Esto transforma el problema en uno de elección de C_t y C_{t+1}. Use cálculo para derivar dos ecuaciones de Euler: una relacionando C_t con C_{t+1}, y la otra relacionando C_{t+1} con C_{t+2}.

(b) En equilibrio, debemos tener $C_t = Y_t, C_{t+1} = Y_{t+1}$ y $C_{t+2} = Y_{t+2}$. Derive expresiones para r_t y r_{t+1} en términos de la trayectoria exógena de la dotación y β.

(c) Se podría definir la tasa de interés "larga" como el producto de las tasas de interés de un período. En particular, defina $(1+r_{2,t})^2 = (1+r_t)(1+r_{t+1})$ (el término al cuadrado en $1+r_{2,t}$ refleja el hecho de que si ahorra por dos períodos, obtiene cierta capitalización). Si hubiera un instrumento de ahorro con una madurez de dos períodos, esta condición tendría que ser satisfecha (intuitivamente, porque un hogar sería indiferente entre ahorrar dos veces en bonos de un período o una vez en un bono de dos períodos). Derive una expresión para $r_{2,t}$.

(d) La curva de rendimiento representa las tasas de interés en función del vencimiento del tiempo. En este problema simple, se trazaría r_t en función de 1 (hay un vencimiento de un período[1]) y $r_{2,t}$ en función de 2 (hay un vencimiento de dos períodos). Si $Y_t = Y_{t+1} = Y_{t+2}$, ¿cuál es el signo de la pendiente de la curva de rendimiento (es decir, si $r_{2,t} > r_{1,t}$, entonces la curva de rendimiento es ascendente)?

(e) A menudo se afirma que una "curva de rendimiento invertida" es un predictor de una recesión. Si Y_{t+2} es lo suficientemente baja en relación con Y_t y Y_{t+1}, ¿podría la curva de rendimiento en este modelo simple estar "invertida" (es decir, tener signo opuesto) a lo que se encontró en la parte anterior? Explique.

2. **Inversión e impuestos:** Considere una empresa que opera durante dos períodos. Produce su producto en cada período de acuerdo con la siguiente función de producción:

$$Y = AK^{\alpha} \quad \text{con} \quad 0 < \alpha < 1$$

El stock de capital actual está exógenamente dado. La empresa puede influir en su stock de capital futuro a través de la inversión. El capital se acumula de acuerdo con:

$$K_{t+1} = I_t + (1 - \delta)K_t$$

La empresa se liquida a sí misma (es decir, vende el capital restante que no se ha depreciado durante el período) al final del segundo período. El objetivo de la empresa es maximizar su valor, dado por:

$$V = D_t + \frac{D_{t+1}}{1 + r}$$

donde D denota las ganancias, que se pagan como dividendos a sus propietarios, y la empresa toma la tasa de interés como dada.

(a) Escriba las expresiones tanto para las ganancias actuales como para las futuras, D_t y D_{t+1}.

(b) Escriba el problema de optimización de la empresa. ¿Cuáles son sus variables de elección?

(c) Resuelva algebraicamente para la elección óptima de inversión de la empresa, I_t.

(d) Ahora suponga que hay una tasa de impuesto proporcional sobre las ganancias de la empresa, τ, que es la misma en ambos períodos (es decir, $\tau_t = \tau_{t+1}$).

[1]En este caso, $r_{1,t} = r_t$,es decir, el retorno asociado a un periodo.

Rehaga lo anterior, resolviendo para la regla de inversión óptima. ¿Cuál es el efecto de la tasa de impuesto sobre la inversión?

(e) En su lugar, suponga que la tasa impositiva se coloca sobre el ingreso de la empresa, no en las ganancias. Es decir, las ganancias después de impuestos de la empresa en el primer período son ahora $(1-\tau)Y - I$ en lugar de $(1-\tau)(Y - I)$. En el segundo período, la producción se vuelve a gravar, pero el stock de capital liquidado no. En otras palabras, las ganancias después de impuestos en el segundo período son: $(1-\tau)Y_{t+1} + (1-\delta)K_{t+1}$. Rehaga el problema. ¿Cuál es el efecto de la tasa de impuesto sobre la inversión? ¿Cómo se compara su respuesta con su respuesta en la parte (d)?

(f) Vuelva a un entorno sin impuestos y esta vez suponga que la producción se da por $Y = AK^{\alpha}N^{1-\alpha}$ con $\alpha \in [0,1]$. Derive la demanda laboral de la empresa para los períodos t y $t+1$, y grafique la demanda en la dimensión (w, N).

(g) Continuando con la parte (f), ¿es la demanda de trabajo una decisión estática o dinámica? Explique. ¿Qué cambiaría eso?

3. **Heterogeneidad de preferencias:** Considere un modelo de dos periodos con dos tipos de hogar. Hay γ hogares tipo A con las preferencias:

$$u\left(C_t, C_{t+1}\right) = \log\left(C_t\right) + \beta \log\left(C_{t+1}\right)$$

Además, hay $1-\gamma$ hogares tipo B que siguen una regla de consumo dada por:

$$C_t = a + b\left(Y_t + A_t\right)$$

Con A_t una transferencia social que hace el gobierno a cada hogar tipo B en el periodo t. El gobierno financia dicho programa social mediante un impuesto de suma fija que va a cobrar a todos los hogares por igual en el periodo $t+1$, igual a T_{t+1}.

(a) Obtenga la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno.

(b) Obtenga la función de consumo de cada hogar tipo A. Suponga que este tipo de hogar conoce la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno. ¿Cómo afecta un aumento en las transferencias sociales al consumo de este hogar y por qué? ¿Cómo cambiaría su respuesta si el hogar no internaliza la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno?

(c) Obtenga la función de consumo agregado, definida por:

$$C_t = \gamma C_t^A + (1-\gamma) C_t^B$$

(d) Obtenga el efecto de un aumento en las transferencias sociales, A_t, sobre el consumo agregado. Es decir, $\frac{\partial C_t}{\partial A_t}$.

(e) ¿De qué depende la magnitud y el signo de $\frac{\partial C_t}{\partial A_t}$? Explique para cada variable relevante: γ, b, β.

(f) Suponga que el ingreso en el periodo t, Y_t, está determinado completamente por la demanda. Es decir, $Y_t = C_t + G_t$. Obtenga una expresión de equilibrio para Y_t y para $\frac{\partial Y_t}{\partial A_t}$.

4. **(Función de consumo con utilidad no derivable)** Asuma que la función de utilidad vitalicia de un hogar representativo de dos periodos está dada por:

$$U = \text{mín}\left\{\alpha c_t, c_{t+1}\right\}, \quad \alpha > 0$$

Los hogares pueden ahorrar o endeudarse a una tasa de interés $r > 0$.

(a) Resuelva el problema de optimización del hogar. Encuentre una expresión para los niveles de consumo y ahorro óptimo como función de c_t y c_{t+1} como función de r, y_t y y_{t+1}.

(b) Calcule $\frac{\partial S_t}{\partial r}$, es decir, si el ahorro de un hogar es creciente o decreciente en la tasa de interés. En particular, muestre que el signo de esta derivada depende del valor del parámetro α y provea una intuición económica para sus respuestas.

(c) ¿Cuál es la propensión marginal de consmo en este modelo? ¿Es mayor o menor que uno? ¿Cómo depende de la tasa de interés? Acompañe con intuición económica sus respuestas.

(d) Considere un cambio del ingreso en t de $dY_t = 1$ y que $dY_{t+1} = \rho dY_t$, con $0 < \rho < 1$ un parámetro que mide la persistencia del choque de ingreso en el tiempo. Estime el efecto de dicho choque de ingreso sobre el consumo en el periodo t. ¿Cómo afecta ρ la respuesta de C_t al choque de ingreso? Provea intuición económica.