Economía de producción con dinero*

Jonathan Garita

Introducción

- El dinero es un activo: un stock que puede usarse entre periodos
- Sin embargo, el dinero tiene una particulariedad: puede utilizarse como medio de intercambio
- Usualmente definimos el dinero basados en sus principales funciones:

1. El dinero actúa como **medio de cambio** en transacciones. Se utiliza para comprar bienes y servicios, permitiendo a las personas participar en el comercio sin necesidad de intercambiar bienes directamente. Esto resuelve el problema de "la doble coincidencia" asociado al comercio.
2. El dinero sirve como **depósito de valor**, lo que significa que puede ser guardado y utilizado en una fecha posterior. Esta función permite a las personas transferir poder adquisitivo del presente al futuro. Como resultado, el dinero puede ser utilizado para acumular riqueza, para cubrir gastos futuros y para protegerse contra eventos inesperados.
3. El dinero es una **unidad de cuenta**, lo que significa que se utiliza para medir el valor de los bienes y servicios. Esta función simplifica la toma de decisiones económicas, ya que permite a las personas comparar los precios de diferentes

*GLS 9, Williamson 10

bienes y servicios utilizando una medida común. Por ejemplo, si un camión cuesta $10,000, una cerveza cuesta $1 y un zapato cuesta $10, entonces las personas pueden comparar fácilmente los precios de estos bienes en función de su valor monetario.

- Muchos activos pueden cumplir estas funciones. Sin embargo, no todos los activos cuentan con la misma facilidad para ser intercambiados por bienes y servicios.
  - Por ejemplo, los bonos o certificados de ahorro no son tan líquidos
- El dinero fiat es el mejor medio de intercambio, siempre y cuando la gente crea y confíe en él.

Modelación de una economía de producción con dinero

- Introducir dinero en un modelo de equilibrio general competitivo no es sencillo.
- En particular, estamos asumiendo un hogar, una empresa y un bien representativo.
  - Entonces, el intercambio es por construcción bastante fluido. La función de medio de cambio no es importante en el modelo.
  - Como solo hay un bien, usar el dinero como numerario (unidad de cuenta) tampoco aporta mucho, pues podemos expresar fácilmente en unidades de bienes.
- Modelar su función como medio de pago, es entonces trivial. Pero modelar su función como depósito de valor es complicado:
  - La presencia de un mecanismo de ahorro que genere intereses (bonos) hace que el dinero no sea atractivo, pues no genera ningún retorno.
- Entonces, vamos a tomar un atajo: vamos a asumir que el hogar recibe utilidad cuando mantiene saldos monetarios reales.

Hogar

- Empecemos a modelar el dinero como depósito de valor. Sea M_t la cantidad de dinero que el hogar desea mantener. Al igual que el ahorro, es un stock y denota la cantidad de dinero que el hogar desea mover del periodo t a $t+1$.
- Sea P_t el precio de la cesta de bienes en unidades de dinero. Por ejemplo, la cesta cuesta cinco mil colones.
- Sea i_t la tasa de interés nominal: Ahorrar un colón en el periodo t genera $1+i_t$ colones en $t+1$.
- Las variables reales están expresadas en unidades de bienes, mientras que las nominales en unidades de dinero.
- Sea C_t las unidades de consumo, expresada en términos reales. Sea S_t el número de unidades de bienes que el hogar quiere ahorrar mediante un bono.
- Sea w_t el salario real (número de unidades de bienes que se obtiene al ofrecer una unidad de trabajo, N_t).
- Sea T_t las unidades de bienes que el hogar paga al gobierno en impuestos y D_t las unidades de bienes que el hogar recibe como dividendos generados por la empresa.
- La restricción presupuestaria del hogar para el periodo t está dada por

  $$P_tC_t + P_tS_t + M_t \leq P_tw_tN_t - P_tT_t + P_tD_t$$

  Donde P_tC_t, por ejemplo, denotan el valor nominal del consumo.
- Similarlmente, la restricción presupuestaria del hogar para el periodo $t+1$ es:

  $$P_{t+1}C_{t+1} \leq P_{t+1}w_{t+1}N_{t+1} - P_{t+1}T_{t+1} + (1+i_t)\,P_tS_t + P_{t+1}D_{t+1} + P_{t+1}D^I_{t+1} + M_t$$

  Con i_t tasa de interés nominal, $P_{t+1}w_{t+1}N_{t+1} - P_{t+1}T_{t+1}$ el ingreso nominal neto, $P_{t+1}D_{t+1} + P_{t+1}D^I_{t+1}$ el valor nominal de los dividendos que recibe el hogar de la empresa y el intermediario financiero, y $(1+i_t)\,P_tS_t$ el retorno nominal del ahorro[1].

- Note que M_t y $P_t S_t$ (el valor nominal del ahorro) entran en la restricción presupuestaria de manera muy similar. La única diferencia es que el bono paga una tasa de interés i_t, mientras que la tasa de interés efectiva del dinero es cero.

- Reescribiendo la restricción presupuestaria del periodo t:

$$C_t + S_t + \frac{M_t}{P_t} \leq w_t N_t - T_t + D_t$$

y la del periodo $t+1$

$$C_{t+1} \leq w_{t+1} N_{t+1} - T_{t+1} + (1+i_t)\frac{P_t}{P_{t+1}} S_t + D_{t+1} + D^I_{t+1} + \frac{M_t}{P_{t+1}}$$

permite expresar las variables en términos reales. $\frac{M_t}{P_t}$ se refiere a los saldos monetarios reales y equivale a la cantidad de bienes que el stock de dinero puede comprar. Por ejemplo, si $M_t = 10$ y $P_t = 2$, entonces 10 unidades de dinero pueden comprar 5 unidades de bienes.

- En el caso del ahorro en el periodo $t+1$, el término $(1+i_t)\frac{P_t}{P_{t+1}}$ representa el retorno real (bruto) del ahorro mediante bonos. Defina entonces,

$$1 + r_t = (1+i_t)\frac{P_t}{P_{t+1}}$$

- Esta ecuación se conoce como la relación de Fisher. Relaciona la tasa de interés real r_t con la tasa de interés nominal i_t.

- Ejemplo:

  - Suponga que usted quiere dedicar una unidad de bien en un bono de ahorro en el periodo t. Esto requiere comprar P_t unidades de dinero en el bono.
  - Esta acción va a generar $(1+i_t)P_t$ unidades de dinero en el periodo $t+1$.

[1] Acá ya se incorporaron las condiciones terminales de que $S_{t+1} = 0$ y $M_{t+1} = 0$.

– Este retorno bruto compraría $(1+i_t)\frac{P_t}{P_{t+1}}$ bienes en el periodo $t+1$. Entonces, el retorno bruto real (en unidades de bienes) es $1+r_t=(1+i_t)\frac{P_t}{P_{t+1}}$

- Note que $\frac{P_t}{P_{t-1}}$ es igual a $1+\pi_t$, con π_t la tasa de inflación en el periodo t. Entonces, defina π^e_{t+1} como la tasa de inflación esperada para $t+1$ o expectativas de inflación[2]. Así, la relación de Fisher puede escribirse como:

- Es decir,

$$1+r_t=\frac{1+i_t}{1+\pi^e_{t+1}}$$

- Tomando logarítmos en ambos lados de la ecuación y recordando que $\log(1+x)=x$ para x suficientemente pequeño, entonces:

$$r_t=i_t-\pi^e_{t+1}$$

- Así, la restricción presupuestaria del periodo $t+1$ puede escribirse como:

$$C_{t+1}\leq w_{t+1}N_{t+1}-T_{t+1}+(1+r_t)\,S_t+D_{t+1}+D^I_{t+1}+\frac{1+r_t}{1+i_t}\frac{M_t}{P_t}$$

- Imponiendo igualdad en las restricciones presupuestarias, podemos expresar el ahorro como:

$$S_t=\frac{C_{t+1}}{1+r_t}-\frac{w_{t+1}N_{t+1}-T_{t+1}+D_{t+1}+D^I_{t+1}}{1+r_t}-\frac{1}{1+i_t}\frac{M_t}{P_t}$$

- Combinando la expresión anterior con la restricción presupuestaria del periodo $t+1$, se llega a la restricción pre-

[2] Vamos a asumir que la inflación esperada es exógena. Un problema complicado aquí se refiere a la determinación del equilibrio de P_{t+1}. Como veremos más adelante, P_t se determinará en equilibrio dado M_t. Pero como el hogar no querría mantener ningún M_{t+1}, ya que el hogar deja de existir después del período $t+1$, el dinero no tendrá ningún valor en el período $t+1$ y $P_{t+1}=0$. Este es un problema genérico con modelos de horizonte finito en los que el dinero entra en la función de utilidad. Ignoraremos esto, apelando al hecho de que estamos tratando el modelo de dos períodos como una aproximación a un modelo de varios períodos y consideraremos que la inflación futura esperada es exógena.

supuestaria intertemporal:

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_t} = w_t N_t - T_t + D_t + \frac{w_{t+1}N_{t+1} - T_{t+1} + D_{t+1} + D^I_{t+1}}{1+r_t} - \frac{i_t}{1+i_t}\frac{M_t}{P_t}$$

- Note que la RPI es idéntica al caso de una economía sin dinero, solamente añade el término $-\frac{i_t}{1+i_t}\frac{M_t}{P_t}$ en el lado derecho.
- Como explicamos anteriormente, el hogar recibe utilidad de mantener saldos reales. Vamos a asumir que dicha utilidad se genera solamente en t y que es aditivamente separable de la utilidad asociada al consumo y al ocio:

$$U = u\left(C_t, 1 - N_t\right) + v\left(\frac{M_t}{P_t}\right) + \beta u\left(C_{t+1}, 1 - N_{t+1}\right)$$

- Con $v(\cdot)$ una función creciente, cóncava que asocia saldos reales a utiles.
- Entonces, el problema del hogar se reduce a escoger $C_t, C_{t+1}, N_t, N_{t+1}$ y M_t que maximicen su utilidad:

$$\max_{C_t, C_{t+1}, N_t, N_{t+1}, M_t} U = u\left(C_t, 1 - N_t\right) + v\left(\frac{M_t}{P_t}\right) + \beta u\left(C_{t+1}, 1 - N_{t+1}\right)$$

$$\text{s.a.}$$

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_t} = w_t N_t - T_t + D_t + \frac{w_{t+1}N_{t+1} - T_{t+1} + D_{t+1} + D^I_{t+1}}{1+r_t} - \frac{i_t}{1+i_t}\frac{M_t}{P_t}$$

- Vamos a simplificar el problema. Primero, vamos a deshacernos de C_{t+1}. De la restricción presupuestaria intertemporal:

$$C_{t+1} = \left(1+r_t\right)\left[w_t N_t - T_t + D_t - C_t\right] + w_{t+1}N_{t+1} - T_{t+1} + D_{t+1} + D^I_{t+1} - \left(1+r_t\right)\frac{i_t}{1+i_t}\frac{M_t}{P_t}$$

- Introduciendo la expresión anterior, el problema se reduce a:

$$\max_{C_t, N_t, N_{t+1}, M_t} U = u\left(C_t, 1 - N_t\right) + v\left(\frac{M_t}{P_t}\right) + \ldots$$
$$\ldots \beta u\left(\left(1 + r_t\right)\left[w_t N_t - T_t + D_t - C_t\right] + w_{t+1} N_{t+1} - T_{t+1} + D_{t+1} + D^I_{t+1} + \left(1 + r_t\right)\frac{i_t}{1 + i_t}\frac{M_t}{P_t}, 1 - N_{t+1}\right)$$

- Las condiciones de primer orden vienen dadas por:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U}{\partial C_t} &= u_C\left(C_t, 1 - N_t\right) - \beta u_C\left(C_{t+1}, 1 - N_{t+1}\right)\left(1 + r_t\right) = 0 \\
\frac{\partial U}{\partial N_t} &= -u_L\left(C_t, 1 - N_t\right) + \beta u_C\left(C_{t+1}, 1 - N_{t+1}\right)\left(1 + r_t\right) w_t = 0 \\
\frac{\partial U}{\partial N_{t+1}} &= -u_L\left(C_{t+1}, 1 - N_{t+1}\right) + u_C\left(C_{t+1}, 1 - N_{t+1}\right) w_{t+1} = 0 \\
\frac{\partial U}{\partial M_t} &= v'\left(\frac{M_t}{P_t}\right)\frac{1}{P_t} - \beta u_C\left(C_{t+1}, 1 - N_{t+1}\right)\left(1 + r_t\right)\frac{i_t}{1 + i_t}\frac{1}{P_t} = 0
\end{aligned}$$

- Las tres condiciones de primer orden se pueden reducir a:

$$\begin{aligned}
u_C\left(C_t, 1 - N_t\right) &= \beta\left(1 + r_t\right) u_C\left(C_{t+1}, 1 - N_{t+1}\right) \\
u_L\left(C_t, 1 - N_t\right) &= u_C\left(C_t, 1 - N_t\right) w_t \\
u_L\left(C_{t+1}, 1 - N_{t+1}\right) &= u_C\left(C_{t+1}, 1 - N_{t+1}\right) w_{t+1}
\end{aligned}$$

  Que son las mismas tres condiciones de optimalidad que el modelo de producción sin dinero.

- En cuanto a la cuarta condición de optimalidad, ésta se reduce a:

$$v'\left(\frac{M_t}{P_t}\right) = \frac{i_t}{1 + i_t} u_C\left(C_t, 1 - N_t\right) \tag{1}$$

Es decir, el beneficio marginal de mantener una unidad de dinero, $v'\left(\frac{M_t}{P_t}\right)$, es igual al costo marginal asociado de hacerlo $\frac{i_t}{1+i_t}u_C\left(C_t, 1-N_t\right)$

- En cuanto al costo marginal, el lado derecho es una simplificación que resume el costo de oportunidad de ahorrar mediante dinero:
  - Si el hogar decide ahorrar una unidad de bien mediante el dinero, renuncia a ahorrar dicha unidad de bien mediante un bono que genera intereses.
  - Ahorrar una unidad de bien mediante un bono implica ahorrar P_t unidades de dinero en t que generan $(1+i_t)P_t$ unidades de dinero en $t+1$
  - Ahorrar una unidad de bien mediante el dinero implica ahorrar P_t unidades de dinero en t que generan P_t unidades de dinero en $t+1$, es decir, una tasa efectiva de cero.
  - El costo de oportunidad de ahorrar en dinero es la diferencia entre el retorno que se generaría en $t+1$ entre ahorrar en bonos versus ahorrar en dinero: $i_t P_t$
  - Este retorno extra asociado a ahorrar en bonos compraría $\frac{i_t P_t}{P_{t+1}}$ unidades en $t+1$, que incrementa la utilidad del hogar descontada a valor presente en $\beta u_C\left(C_{t+1}, 1-N_{t+1}\right)\frac{i_t P_t}{P_{t+1}}$
  - Note que, de la ecuación de Euler, $u_C\left(C_t, 1-N_t\right) = \beta\left(1+r_t\right)u_C\left(C_{t+1}, 1-N_{t+1}\right)$, se tiene que $\beta u_C\left(C_{t+1}, 1-N_{t+1}\right) = \frac{u_C(C_t, 1-N_t)}{(1+r_t)}$. Así, la utilidad extra de ahorrar en bonos se puede expresar como $\frac{u_C(C_t, 1-N_t)}{(1+r_t)}\frac{i_t P_t}{P_{t+1}}$.
  - De la relación de Fisher, $1+r_t = \left(1+i_t\right)\frac{P_t}{P_{t+1}}$, por lo que $\frac{u_C(C_t, 1-N_t)}{(1+r_t)}\frac{i_t P_t}{P_{t+1}} = \frac{i_t}{1+i_t}u_C\left(C_t, 1-N_t\right)$, que es precisamente el término derecho de la condición de optimalidad (1)
- Nuevamente, modelar el dinero dentro de la función de utilidad es fundamental para obtener una ecuación de demanda monetaria:
  - Suponga que $v'(\cdot) = 0$, es decir, que más o menos saldos reales no afectan la utilidad del hogar. En tal caso, la ecuación (1) se cumple solo si $i_t = 0$. Es decir, tanto el bono como el dinero tienen una tasa de interés de cero, por lo que son sustitutos perfectos.

- Si $i_t > 0$,entonces el costo marginal de tener dinero siempre es positivo, mientras que el beneficio marginal asociado es nulo. Entonces, el hogar siempre encontrará óptimo no demandar saldos monetarios.

- Por tanto, las condiciones de optimalidad arrojan una función de consumo y oferta laboral idénticas al modelo sin dinero:

$$C_t = C^d \left(Y_t - T_t, Y_{t+1} - T_{t+1}, r_t \right) \tag{2}$$

$$N_t = N^s \left(w_t, \theta_t \right)$$

- En cuanto al bloque monetario, considere nuevamente la condición de optimalidad (1):

  - Primero, note que la demanda por M_t es proporcional a P_t : Si $\uparrow P_t$, entonces M_t debe aumentar en una misma proporción para cumplir la optimalidad. Es decir, M_t es creciente en P_t y la relación es uno a uno. Intuitivamente, si los bienes son más caros, el hogar necesita más dinero para comprarlos.
  - Note que entre mayor sea i_t, mayor es $\frac{i_t}{1+i_t}$, por lo que mayor es el lado derecho de la condición de optimalidad. Para garantizar la igualdad, el hogar debe ajustar el lado izquierdo. Como $v(\cdot)$ es cóncava, $v''(\cdot) < 0$, por lo que el hogar debe reducir M_t. Intuitivamente, si i_t aumenta, el costo de oportunidad de mantener dinero crece, por lo que el hogar encuentra óptimo demandar menos dinero.
  - Finalmente, suponga que el hogar aumenta su consumo. Esto disminuye $u_C(\cdot)$,por lo que el hogar necesita ajustar M_t para disminuir $v'\left(\frac{M_t}{P_t}\right)$. Esto se logra, dada la concavidad de $v(\cdot)$, aumentando M_t. Por ende, M_t es creciente en el consumo del hogar. Intuitivamente, si el hogar quiere más bienes, necesita más dinero para adquirirlos. Como el consumo depende positivamente del ingreso, Y_t, entonces M_t también es creciente en Y_t.

- Por tanto, del análisis anterior, podemos definir una función implícita que representa la demanda por saldos reales, $M^d\left(\underset{-}{i_t}, \underset{+}{Y_t}\right)$. La demanda monetaria por saldos nominales estaría entonces dada por $P_t M^d\left(i_t, Y_t\right)$.

- En equilibrio, la oferta monetaria, M_t, es igual a la demanda monetaria, M_t^d. Es decir:

$$M_t = P_t M^d \left(i_t, Y_t\right)$$

Que se puede escribir, usando la ecuación de Fisher, como:

$$M_t = P_t M^d \left(r_t + \pi_{t+1}^e, Y_t\right)$$

Ejemplo: Suponga una función de utilidad donde la oferta laboral está fija y la utilidad del hogar está dada por:

$$U = \ln C_t + \psi_t \ln \left(\frac{M_t}{P_t}\right)$$

Entonces, la condición de primer orden implica que:

$$\frac{1}{C_t} = \beta \left(1 + r_t\right) \frac{1}{C_{t+1}}$$
$$\psi_t \frac{P_t}{M_t} = \frac{i_t}{1 + i_t} \frac{1}{C_t}$$

La condición de optimalidad del dinero puede escribirse como:

$$M_t = P_t \psi_t \frac{1 + i_t}{i_t} C_t$$

Que es la función de demanda monetaria del hogar. Note que M_t es creciente en P_t y C_t, pero decreciente en i_t.

Empresa

- En este modelo, la empresa no utiliza dinero para transferir recursos entre periodos de tiempo. Por tanto, la empresa no mantiene saldos monetarios. Entonces, el problema de la empresa es idéntico al modelo de producción sin dinero.

- Por tanto, las condiciones de optimalidad vienen dadas por:

$$w_t = A_t F_N (K_t, N_t)$$
$$w_{t+1} = A_{t+1} F_N (K_{t+1}, N_{t+1})$$
$$1 + r_t = A_{t+1} F_K (K_{t+1}, N_{t+1}) + (1 - \delta)$$

- Estas condiciones de optimalidad definen funciones implícitas de demanda laboral y de inversión dadas por:

$$N_t = N^d \left(\underset{-}{w_t}, \underset{+}{A_t}, \underset{+}{K_t} \right)$$
$$I_t = I^d \left(\underset{-}{r_t}, \underset{+}{A_{t+1}}, \underset{-}{K_t} \right)$$

Gobierno

- Con respecto al modelo de producción con gobierno, vamos a incorporar el hecho de que el gobierno decide la oferta monetaria. Vamos a asumir que dicha oferta monetaria es exógena, $M_t^s = M_t$

- No hay costo asociado a la creación de dinero, por lo que crear dinero genera ingresos netos para el gobierno. A dichos ingresos, se les llama “señoreaje”.

- Las restricción presupuestaria del gobierno en el periodo t viene dada por:

$$P_t G_t \leq P_t T_t + P_t B_t + M_t$$

Con B_t la cantidad de deuda real que emite el gobierno en t. Note que la introducción de M_t en la restricción presupuestaria del periodo t implica que la emisión monetaria representa un ingreso nominal para el gobierno[3].

- En el periodo $t+1$, el hogar debe pagar su deuda y los intereses correspondientes, $(1+i_t) P_t B_t$. Adicionalmente, el gobierno debe comprar de vuelta su emisión monetaria en t, por lo que M_t es un gasto en el periodo $t+1$. La única fuente de ingresos en $t+1$ corresponde a los impuestos recolectados del hogar:

$$P_{t+1} G_{t+1} + (1+i_t) P_t B_t + M_t \leq P_{t+1} T_{t+1}$$

- Podemos expresar ambas restricciones presupuestarias en términos reales, dividiéndolas entre el nivel de precios:

$$\begin{aligned} G_t &\leq T_t + B_t + \frac{M_t}{P_t} \\ G_{t+1} + (1+i_t) \frac{P_t}{P_{t+1}} B_t + \frac{M_t}{P_{t+1}} &\leq T_{t+1} \end{aligned}$$

- Al igual que el caso del hogar, podemos combinar las restricciones presupuestarias temporales en una sola. En particular, resolviendo para B_t de la restricción presupuestaria del periodo $t+1$:

$$B_t = \frac{T_{t+1} - G_{t+1}}{1+r_t} - \frac{1}{1+r_t} \frac{M_t}{P_{t+1}}$$

Usando la ecuación anterior en la restricción presupuestaria del periodo t:

$$G_t + \frac{G_{t+1}}{1+r_t} = T_t + \frac{T_{t+1}}{1+r_t} + \frac{M_t}{P_t} - \frac{1}{1+r_t} \frac{M_t}{P_{t+1}}$$

- Podemos volver a utilizar la relación de Fisher para reexpresar el último término de la restricción presupuestaria

[3] Acá se impuso las condiciones terminales que $B_{t+1} = 0$ y $M_{t+1} = 0$.

intertemporal:

$$G_t + \frac{G_{t+1}}{1+r_t} = T_t + \frac{T_{t+1}}{1+r_t} + \frac{i_t}{1+i_t}\frac{M_t}{P_t}$$

Equilibrio

- El equilibrio consiste en los precios y asignaciones que garantizan el comportamiento óptimo de todos los agentes y que todos los mercados se aclaran o vacían simultáneamente.
- En particular, que todos los mercados se aclaren implica que todas las restricciones presupuestarias se cumplen en igualdad. La restricción presupuestaria del hogar en el periodo t está dada por:

$$C_t + S_t + \frac{M_t}{P_t} \leq w_t N_t - T_t + D_t$$

- El mercado de fondos prestables se aclara cuando el ahorro privado más el ahorro público igualan la inversión:

$$S_t - B_t = I_t$$

- Los dividendos de la empresa vienen dados por:

$$D_t = Y_t - w_t N_t$$

- Combinando las tres anteriores ecuaciones, se tiene que:

$$C_t + I_t + B_t + \frac{M_t}{P_t} = Y_t - T_t \tag{3}$$

- La restricción presupuestaria del gobierno implica que:

$$T_t = G_t - B_t - \frac{M_t}{P_t} \tag{4}$$

- Combinando (3) y (4):

$$Y_t = C_t + I_t + G_t$$

Que es la restricción presupuestaria agregada estándar. Note que el dinero no aparece en dicha restricción.

- Recordando la restricción presupuestaria intertemporal del hogar:

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_t} = w_t N_t - T_t + D_t + \frac{w_{t+1}N_{t+1} - T_{t+1} + D_{t+1} + D^I_{t+1}}{1+r_t} - \frac{i_t}{1+i_t}\frac{M_t}{P_t}$$

- Como los impuestos son de suma fija, esto equivale a:

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_t} = w_t N_t + D_t + \frac{w_{t+1}N_{t+1} + D_{t+1} + D^I_{t+1}}{1+r_t} - \left(T_t + \frac{T_{t+1}}{1+r_t}\right) - \frac{i_t}{1+i_t}\frac{M_t}{P_t} \tag{5}$$

- De la restricción presupuestaria intertemporal del gobierno, tenemos que:

$$T_t + \frac{T_{t+1}}{1+r_t} = G_t + \frac{G_{t+1}}{1+r_t} - \frac{i_t}{1+i_t}\frac{M_t}{P_t} \tag{6}$$

- Combinando las expresiones (5) y (6), se llega a que:

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_t} = w_t N_t + D_t + \frac{w_{t+1}N_{t+1} + D_{t+1} + D^I_{t+1}}{1+r_t} - \left(G_t + \frac{G_{t+1}}{1+r_t}\right)$$

Note que los saldos reales, $\frac{M_t}{P_t}$, desaparecen, al igual que los impuestos. Solamente aparece el valor presente del flujo de gasto público. Reescribiendo la anterior restricción:

$$C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_t} = w_t N_t - G_t + D_t + \frac{w_{t+1} N_{t+1} - G_{t+1} + D_{t+1} + D^I_{t+1}}{1+r_t}$$

Es decir, que desde la perspectiva del hogar, lo importante es la senda de gasto público, mientras que la estrategia de financiamiento público es irrelevante. Alternativamente, se vuelve a cumplir la Equivalencia Ricardiana. Por tanto, la ecuación de consumo (2) puede escribirse como:

$$C_t = C^d \left(Y_t - G_t, Y_{t+1} - G_{t+1}, r_t \right)$$

- Por tanto, el equilibrio en este modelo consiste en las asignaciones y precios $\{Y_t, C_t, I_t, N_t, w_t, r_t, P_t, i_t\}$ tales que, dadas las variables exógenas $\left\{A_t, A_{t+1}, G_t, G_{t+1}, K_t, M_t, \pi^e_{t+1}\right\}$, se cumplen las condiciones de equilibrio:

$$\begin{aligned}
C_t &= C^d \left(Y_t - G_t, Y_{t+1} - G_t, r_t \right) \\
N_t &= N^s \left(w_t, \theta_t \right) \\
N_t &= N^d \left(w_t, A_t, K_t \right) \\
I_t &= I^d \left(r_t, A_{t+1}, K_t \right) \\
Y_t &= A_t F \left(K_t, N_t \right) \\
Y_t &= C_t + I_t + G_t \\
M_t &= P_t M^d \left(i_t, Y_t \right) \\
r_t &= i_t - \pi^e_{t+1}
\end{aligned}$$