Modelo de búsqueda unilateral

Jonathan Garita

1. Motivación

- "Questioning a McCall worker is like having a conversation with an out-of-work friend: '**Maybe you are setting your sights too high**', or '**Why did you quit your old job before you had a new one lined up?**' This is real social science: an attempt to **model, to understand, human behavior** by visualizing the situation people find themselves in, the options they face and the pros and cons as they themselves see them." – **Robert E. Lucas, Jr.**

- Queremos entender tendencias y datos laborales básicos
  - Desempleo y su duración
  - Dispersión salarial entre trabajadores semejantes
  - Transiciones entre empleos
  - Impacto de acciones de política

- Los modelos sin fricciones no abordan estos elementos propiamente

- Se necesitan modelos en los que los trabajadores búsquen un empleo

2. Macroeconomía laboral

- Visión neoclásica (Kydland, Prescott, Hansen...)
  - Modelos de ciclo económico real
  - Entender horas totales y empleo
  - No hay fricciones laborales
  - Big picture: Modelos de participación
  - El salario garantiza que el mercado se aclare (no hay desempleo involuntario)
- Modelos friccionales (Diamond, Mortensen, Pissarides...)
  - Fricciones laborales
  - Modelos de desempleo
  - Entender cómo buscan empleo las personas
  - Entender los flujos entre el desempleo y el empleo
- ¿Qué son las fricciones?
  - **Fricciones de búsqueda:** Toma tiempo y/o dinero para que compradores y vendedores se encuentren entre sí
  - **Fricciones de emparejamiento:** Cuando los vendedores y compradores se encuentran, puede no ser un buen (o el mejor) emparejamiento
- Ejemplos:
  - **Mercado laboral:** Personas trabajadoras buscan empleo, toma tiempo aplicar a trabajos. Empresas buscan trabajadores y es costoso postear y llenar un puesto vacante

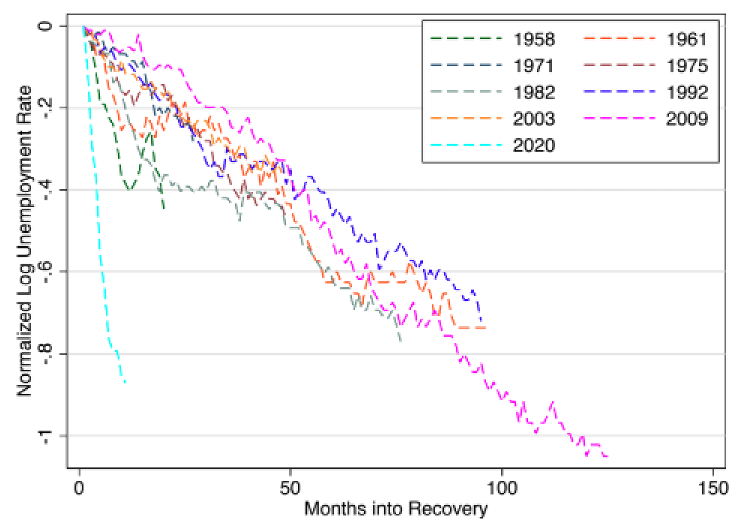
- **Mercado inmobiliario:** Compradores buscan una casa
- **Mercado del matrimonio:** Personas buscan establecer un vínculo personal con otra persona
- **Mercado de activos financieros**

▪ ¿Por qué importa entender el desempleo?

- Es costoso. Tanto productivamente como psicológicamente
- Es una variable de interés para la política pública
- Su comportamiento ha sido punto de debate

Figura 1: Costa Rica: Tasa de desempleo

Figura 2: EE.UU.: Recuperación del mercado laboral



¿Cómo modelar las fricciones en el mercado laboral?

- Problema de decisión de la persona trabajadora:
  - Cómo buscar un trabajo. Cuánto esfuerzo dar
  - Cuáles trabajos aceptar
- Problema de decisión de la empresa
  - Cuántos trabajadores contratar
  - Cuánto pagar a cada trabajador
- Equilibrio
  - Combinar el número de desempleados y el número de puestos vacantes para determinar un empleo agregado
  - Establecer una distribución salarial

3. Modelo de McCall

- El desempleo es una actividad productiva: permite buscar por un nuevo empleo
- Tipos de modelos
  - Decisión teórica (McCall)
  - Emparejamiento: Una función de emparejamiento crea nuevos trabajos
  - Búsqueda: Encuentros aletarios y negociación
- Modelo de equilibrio parcial donde el trabajador busca un empleo

- Problema de decisión: ¿cuáles trabajos aceptar y cuándo empezar a trabajar?
- Las preferencias (neutral al riesgo) son:

$$E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t x_t$$

  Con:

$$x_t = \begin{cases} = w \text{ si empleado} \\ = z \text{ si desempleado} \end{cases}$$

- Todos los trabajos son idénticos, excepto el salario.

Cronología del modelo

- La persona empieza desempleada
- Toma una oferta salarial w de una distribución
- Los salarios están dados por una distribución: $F(w) = Prob(x \leq w), w \in [0, B]$
- El trabajador toma una decisión:
  - Si acepta, recibe w para siempre
  - Si rechaza, obtiene z y busca nuevamente en el siguiente período
- La búsqueda no es dirigida (no puede seleccionar ciertos tipos de trabajos, i.e., partes de la distribución)
- Si el trabajador acepta una oferta w, entonces recibe $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t w = \frac{w}{1-\beta}$

Ecuación de Bellman

- Antes de recibir una oferta salarial, el valor es una constante V:

$$\begin{aligned} V &= z + \beta E v(\omega) \\ &= z + \beta \int_0^B v(w')dF(w') \end{aligned}$$

- El valor **después** de conocer una oferta es:

$$v(w) = \text{máx}\left\{\frac{w}{1-\beta}, V\right\}$$

- Combinando las ecuaciones anteriores:

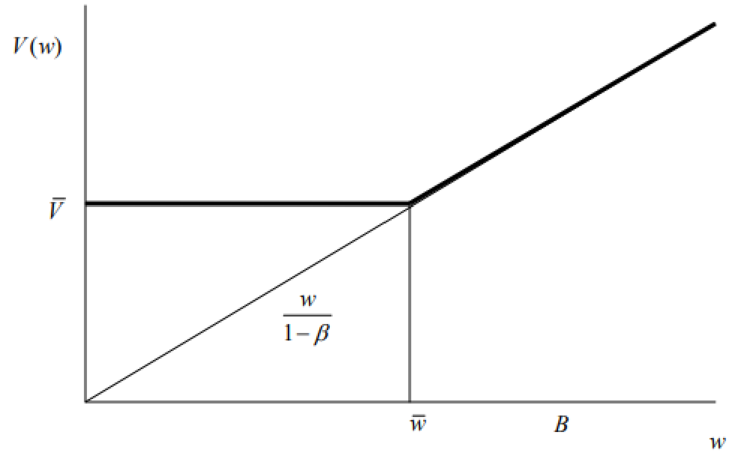
$$v(w) = \text{máx}\left\{\frac{w}{1-\beta}, z + \beta \int_0^B v(w')dF(w')\right\}$$

- Queremos encontrar la función de valor, $v(w)$ y la política óptima de la persona.
    - Cuáles ofertas aceptar y cómo cambia la decisión a cambios en los parámetros

Salario de Reserva

- Acepta todas las ofertas con:

$$\frac{w}{1-\beta} \geq V$$



- Formalmente, $v(w)$ es no-decreciente, por lo que la política óptima va a tener forma de corte $\Rightarrow$ **salario de reserva** w_R

$$v(w_R) = \text{máx}\left\{\frac{w_R}{1-\beta}, z + \beta \int_0^B v(w')dF(w')\right\}$$

y

$$\frac{w_R}{1-\beta} = z + \beta \int_0^B v(w')dF(w')$$

- Y, para todo $w < w_R$, $v(w_R) = z + \beta \int_0^B v(w')dF(w') = V$

Caracterización I del salario de reserva

- El salario de reserva implica que:

$$\frac{w_R}{1-\beta} = z + \beta \int_0^B v(w')dF(w') \tag{1}$$

- Paralelamente, para todo $w < w_R$ rechaza la oferta:

$$\begin{aligned} v(w) &= z + \beta \int_0^B v(w')dF(w') \\ &= \frac{w_R}{1-\beta} \quad \forall w < w_R \end{aligned}$$

- Para todo $w \geq w_R$ (se acepta):

$$v(w) = \frac{w}{1-\beta} \quad \forall w \geq w_R$$

- Por tanto:

$$\begin{aligned} \frac{w_R}{1-\beta} &= z + \beta \int_0^B v(w')dF(w') \\ &= z + \beta \int_0^{w_R} \frac{w_R}{1-\beta} dF(w') + \beta \int_{w_R}^B \frac{w'}{1-\beta} dF(w') \end{aligned}$$

- Como $1 = \int_0^B dF(w') = \int_0^{w_R} dF(w') + \int_{w_R}^B dF(w')$, entonces:

$$\frac{w_R}{1-\beta} \int_0^{w_R} dF(w') + \frac{w_R}{1-\beta} \int_{w_R}^B dF(w') = z + \beta \int_0^{w_R} \frac{w_R}{1-\beta} dF(w') + \beta \int_{w_R}^B \frac{w'}{1-\beta} dF(w')$$

- Recolectando términos:

$$\begin{aligned} \frac{w_R}{1-\beta} \int_0^{w_R} dF(w') - \beta \int_0^{w_R} \frac{w_R}{1-\beta} dF(w') - z &= \beta \int_{w_R}^B \frac{w'}{1-\beta} dF(w') - \frac{w_R}{1-\beta} \int_{w_R}^B dF(w') \\ \int_0^{w_R} w_R dF(w') - z &= \int_{w_R}^B \frac{\beta w' - w_R}{1-\beta} dF(w') \end{aligned}$$

- Sumando $\int_{w_R}^{B} w_R dF(w')$ a ambos lados:

$$\int_0^{w_R} w_R dF(w') + \int_{w_R}^{B} w_R dF(w') - z = \int_{w_R}^{B} \frac{\beta w' - w_R}{1-\beta} dF(w') + \int_{w_R}^{B} w_R dF(w')$$
$$w_R - z = \frac{\beta}{1-\beta} \int_{w_R}^{B} \left(w' - w_R\right) dF(w')$$

- Es decir:

$$\underbrace{w_R - z}_{\text{Costo de buscar una vez más}} = \underbrace{\frac{\beta}{1-\beta} \int_{w_R}^{B} (w - w_R)\, dF(w)}_{\text{Ganancia esperada de buscar más}} \tag{2}$$

- Por tanto, el excedente de trabajar ahora aceptando el salario w_R $(w_R - z)$ es igual al excedente salarial esperado de encontrar un mejor trabajo que aquel que paga w_R

Estática comparativa

- Defina:

$$h(w) = \frac{\beta}{1-\beta} \int_{w}^{B} \left(w' - w\right) dF\left(w'\right)$$

- Entonces, para $w = w_R$, de la ecuación (2) se desprende que:

$$h(w_R) = \frac{\beta}{1-\beta} \int_{w_R}^{B} \left(w' - w_R\right) dF\left(w'\right) = w_R - z$$

- Note que:

$$h(0) = \frac{\beta E(w)}{1-\beta}$$
$$h(B) = 0$$

- La regla de Leibniz para diferenciar funciones con integrales es:

$$g(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(x,y)dy$$
$$g'(x) = f(x,b(x))b'(x) - f(x,a(x))a'(x) + \int_{a(x)}^{b(x)} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x}dy$$

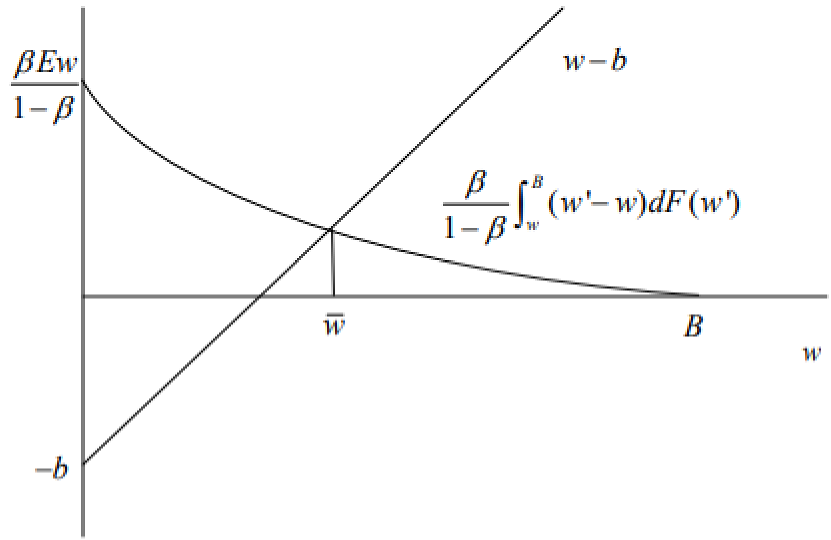
- Entonces:

$$\begin{aligned} h'(w) &= -\frac{\beta}{1-\beta}(w-w) - \frac{\beta}{1-\beta}\int_{w}^{B} dF\left(w'\right) \\ &= -\frac{\beta}{1-\beta}\left(1-F\left(w\right)\right) \end{aligned}$$

- Similarmente:

$$h''(w) = \frac{\beta}{1-\beta}F'(w) > 0$$

- Entonces



Ejemplo: Aumento del seguro del desempleo

- Del gráfico anterior, es claro que un aumento en z implica un aumento en w_R.
- Formalmente:

$$
\begin{aligned}
w_R - z &= \frac{\beta}{1-\beta}\left[\int_{w_R}^{B}(w - w_R)dF(w)\right] \\
w_R(z) - z &= \frac{\beta}{1-\beta}\left[\int_{w_R}^{B}(w - w_R)dF(w)\right] \\
w_R(z) - z &= h(w_R(z)) \\
w_R'(z) - 1 &= h'(w_R(z))w_R'(z) \\
\left(1 - h'(w_R(z))\right) w_R'(z) &= 1 \\
w_R'(z) &= \frac{1}{1-h'(w_R(z))} > 0
\end{aligned}
$$

Caracterización II del salario de reserva

Nota: Digresión sobre los spreads que preservan la media

- Sea
$$E(w) = \int_0^B w dF(w)$$

- Integración por partes implica que:

$$\int_a^b v du = uv|_a^b - \int_a^b u dv$$
$$\int_0^B (1 - F(w)) dw = w(1 - F(w))|_0^B + \int_0^B w dF(w)$$
$$\int_0^B w dF(w) = \int_0^B (1 - F(w)) dw$$
$$E(w) = B - \int_0^B F(w) dw$$

- Sea la clase de distribuciones que dependen de algún parámetro r:

$$E(w) = B - \int_0^B F(w, r) dw$$

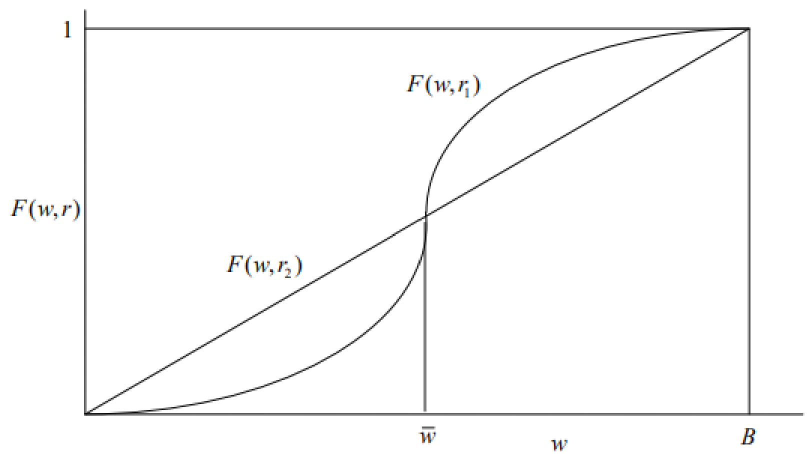
- Si $F(w, r_1)$ y $F(w, r_2)$ tienen la misma media (es decir, $E(w)$ es el mismo bajo $F(w, r_i)$) , entonces:

$$\int_0^B \left(F\left(w, r_1\right) - F\left(w, r_2\right) \right) dw = 0 \tag{3}$$

- Considere la propiedad del único cruce: Existe w_R, con $w_R > 0$, tal que:

$$\begin{aligned} F(w, r_2) - F(w, r_1) &\leq 0 \text{ si } w \geq \bar{w} \\ F(w, r_2) - F(w, r_1) &\geq 0 \text{ si } w \leq \bar{w}. \end{aligned} \tag{4}$$

Figura 3: Ejemplo de spread que preserva la media



- Entonces, combinando las propiedades (3) y (4), se tiene que:

$$\int_0^v (F(w, r_2) - F(w, r_1))\, dw \geq 0 \quad \text{para todo } v \text{ tal que } B \geq v \geq 0. \tag{5}$$

Efectos de mayor dispersión salarial

- Se tiene que:

$$w_R - z = \frac{\beta}{1-\beta} \int_{w_R}^{B} \left(w' - w_R\right) dF\left(w'\right)$$

- Entonces:

$$w_R - z = \frac{\beta}{1-\beta} \int_{w_R}^{B} \left(w' - w_R\right) dF\left(w'\right) + \frac{\beta}{1-\beta} \int_{0}^{w_R} \left(w' - w_R\right) dF\left(w'\right) - \frac{\beta}{1-\beta} \int_{0}^{w_R} \left(w' - w_R\right) dF\left(w'\right)$$

$$w_R - z = \frac{\beta}{1-\beta} \int_{0}^{B} \left(w' - w_R\right) dF\left(w'\right) - \frac{\beta}{1-\beta} \int_{0}^{w_R} \left(w' - w_R\right) dF\left(w'\right)$$

$$w_R - z = \frac{\beta E(w)}{1-\beta} - \frac{\beta w_R}{1-\beta} - \frac{\beta}{1-\beta} \int_{0}^{w_R} \left(w' - w_R\right) dF\left(w'\right)$$

$$w_R - (1-\beta) z = \beta \left[E(w) - \int_{0}^{w_R} \left(w' - w_R\right) dF\left(w'\right) \right]$$

- Integración por partes

$$\int_a^b u dv = uv\big|_a^b - \int_a^b v du$$

- Implica que:

$$\beta \int_{0}^{w_R} \left(w' - w_R\right) dF\left(w'\right) = \beta \left(w_R - \bar{w}\right) F\left(w'\right)\Big|_0^{w_R} - \beta \int_{0}^{w_R} F\left(w'\right) dw'$$

$$\Rightarrow \beta \int_{0}^{w_R} \left(w' - w_R\right) dF\left(w'\right) = -\beta \int_{0}^{w_R} F\left(w'\right) dw'$$

- Entonces:

$$w_R - (1-\beta)\,z = \beta\left[E(w) - \int_0^{w_R}\left(w' - w_R\right)dF\left(w'\right)\right]$$
$$w_R - z = \beta\left(E(w) - z\right) + \beta\int_0^{w_R} F\left(w'\right)dw'$$

- Sea

$$g(w) = \int_0^{w} F\left(w'\right)dw'$$

- Entonces:

$$g(0) = 0$$
$$g(w) \geq 0$$
$$1 \geq g'(w) = F(w) \geq 0$$
$$g''(w) = F'(w) \geq 0$$

- Denote la clase de funciones $F(w,r)$ como :

$$g(w,r) = \int_0^{w} F\left(w',r\right)dw'$$

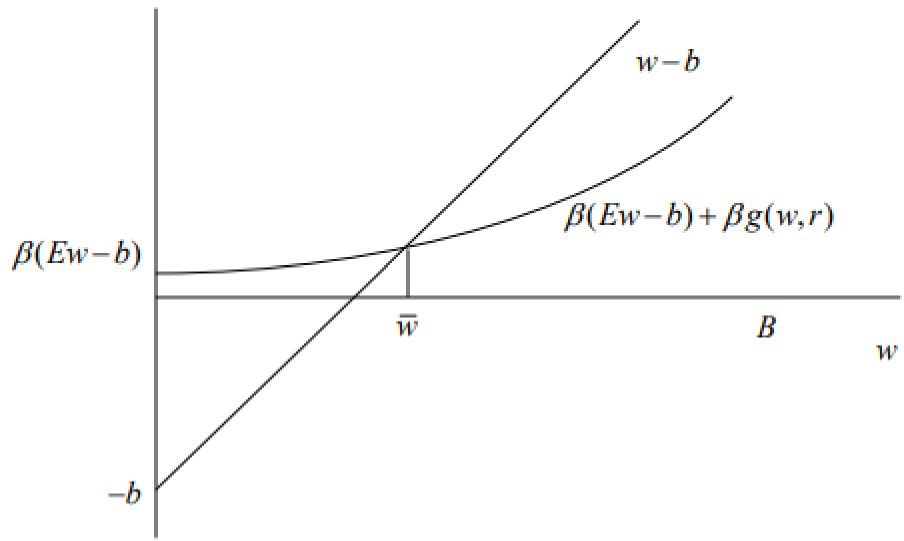
- Si una función $F\left(w,r_2\right)$ es un spread que preserva la media de $F\left(w,r_1\right)$[1], entonces:

$$\int_0^{w}\left(F\left(w',r_2\right) - F\left(w',r_1\right)\right)dw' \geq 0$$
$$\int_0^{w} F\left(w',r_2\right)dw' \geq \int_0^{w} F\left(w',r_1\right)dw'$$
$$g\left(w,r_2\right) \geq g\left(w,r_1\right)$$

[1]En este caso, el spread implica que el promedio de ambas distribuciones es la misma. Pero, la probabilidad de valores bajos es mayor que la probabilidad de valores altos de w

Entonces:

$$w_R - z = \beta\left(E(w) - z\right) + \beta \int_0^{w_R} F\left(w'\right) dw'$$
$$w_R - z = \beta(E(w) - z) + \beta g(w_R, r)$$



Estática comparativa

Proposición. *Un spread que preserva la media implica un aumento en* w_R.

- Esto se ve moviendo hacia arriba la curva $\beta(E(w) - z) + \beta g(w, r)$
- Intuitivamente:
  - Hacer a las ofertas más malas peor es irrelevante: estas son rechazadas de cualquier forma

- Hacer a las ofertas buenas mejor es valorado

- Formalmente, de:

$$w_R - z = \beta \left(E(w) - z\right) + \beta \int_0^{w_R} F\left(w'\right) dw'$$

- Un aumento en el spread que no cambia la media preserva $E(w)$. Pero por definición, la última integral aumenta. Entonces aumenta el salario de reserva

Extensión: Renuncias

- Suponga que el trabajador puede renunciar a su trabajo y volver a buscar

- Suponga que el trabajador saca una oferta. Entonces hay tres opciones:

A. Acepta el salario w y recibe $\frac{w}{1-\beta}$ por siempre
B. Acepta el salario w y renuncia después de t períodos:

$$\frac{w - \beta^t w}{1-\beta} + \beta^t \left(z + \beta \int_0^B v\left(w'\right) dF\left(w'\right)\right) = \frac{w}{1-\beta} - \beta^t \frac{w - w_R}{1-\beta}$$

C. Rechaza el trabajo:

$$z + \beta \int_0^B v\left(w'\right) dF\left(w'\right) = \frac{w_R}{1-\beta}$$

Si $w < w_R: \quad A \prec B \prec C$. Similarmente, si $w > w_R: \quad A \succ B \succ C$. En cualquier caso, la opción de renunciar siempre está dominada

Extensión: Despidos

- Suponga que la persona trabajadora acepta una oferta, pero existe la probabilidad $\delta \in [0,1]$ de ser despedido. Entonces:

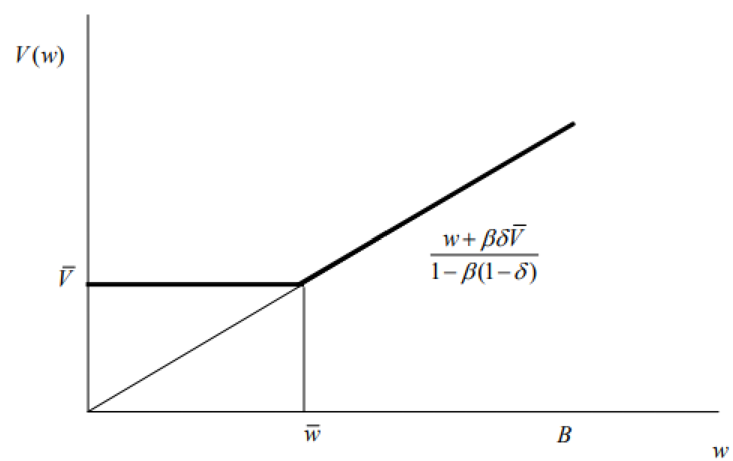
$$v(w) = \text{máx}\left\{w + \beta(1-\delta)v(w) + \beta\delta\left(z + \int_0^B v\left(w'\right) dF\left(w'\right)\right), z + \beta\int_0^B v\left(w'\right) dF\left(w'\right)\right\}$$

- Al igual que el análisis anterior suponga que

$$V = z + \beta\int_0^B v\left(w'\right) dF\left(w'\right)$$

- Como $v(w)$ es creciente en w, entonces:

$$v(w) = \begin{cases} \frac{w+\beta\delta\left(z+\beta\int_0^B v(w')dF(w')\right)}{1-\beta(1-\delta)} & \text{si } w \geq w_R \\ z + \beta\int_0^B v\left(w'\right) dF\left(w'\right) & \text{si } w \leq w_R \end{cases}.$$



- Sea

$$\frac{w_R + \beta\delta V}{1-\beta(1-\delta)} = V$$
$$w_R + \beta\delta V = (1-\beta(1-\delta))V$$
$$\frac{w_R}{1-\beta} = V$$

- Es decir, la decisión óptima del trabajador es rechazar aquellas ofertas tales que $w < w_R$ y aceptar aquellas tales que $w \geq w_R$.

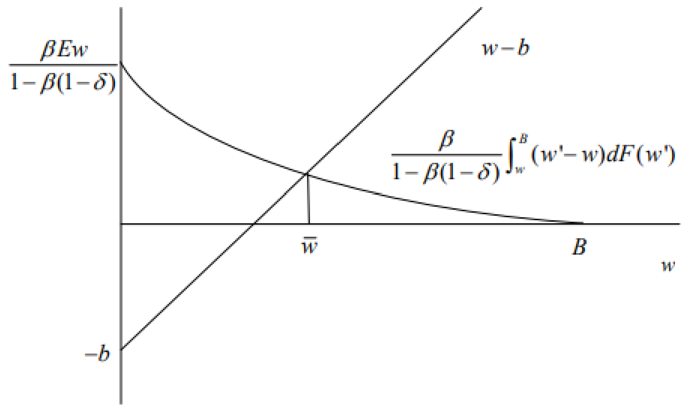
Estática comparativa: Incremento en z y δ

- Similar al caso sin despidos, es posible caracterizar el salario de reserva para implementar estática comparativa:

$$\frac{w_R}{1-\beta} = z + \beta \int_0^{w_R} \frac{w_R}{1-\beta} dF\left(w'\right) + \beta \int_{w_R}^{B} \frac{w' + \beta\delta\left(\frac{w_R}{1-\beta}\right)}{1-\beta(1-\delta)} dF\left(w'\right)$$

$$\frac{w_R}{1-\beta} \int_0^{w_R} dF\left(w'\right) + \frac{w_R}{1-\beta} \int_{\bar{w}}^{B} dF\left(w'\right) = z + \beta \int_0^{w_R} \frac{w_R}{1-\beta} dF\left(w'\right) + \beta \int_{w_R}^{B} \frac{w' + \beta\delta\left(\frac{w_R}{1-\beta}\right)}{1-\beta(1-\delta)} dF\left(w'\right)$$
$$w_R \int_0^{w_R} dF\left(w'\right) = z + \beta \int_{w_R}^{B} \left(\frac{w' + \beta\delta\left(\frac{w_R}{1-\beta}\right)}{1-\beta(1-\delta)} - \frac{w_R}{\beta(1-\beta)} \right) dF\left(w'\right)$$
$$w_R \int_0^{w_R} dF\left(w'\right) + w_R \int_{w_R}^{B} dF\left(w'\right) = z + \beta \int_{w_R}^{B} \left(\frac{w' + \beta\delta\left(\frac{w_R}{1-\beta}\right)}{1-\beta(1-\delta)} - \frac{w_R}{\beta(1-\beta)} + \frac{w_R}{\beta} \right) dF\left(w'\right)$$
$$w_R - z = \frac{\beta}{1-\beta(1-\delta)} \int_{w_R}^{B} \left(w' - w_R\right) dF\left(w'\right)$$

- Es decir, el costo de rechazar una oferta, $w_R - z$ y el lado derecho es el beneficio esperado descontado de rechazar una oferta para seguir buscando



- Un incremento en z reduce w_R (desplazamiento hacia abajo de la curva $w - z$)
- Un incremento en δ reduce w_R (desplazamiento de la curva $\frac{\beta}{1-\beta(1-\delta)} \int_w^B (w' - w)\, dF\,(w')$ hacia afuera)
  - Un incremento en δ disminuye la utilidad esperada de las personas trabajadoras empleadas y desempleadas (renunciar nunca es óptimo)
  - Si los trabajos duran menos, entonces no tiene sentido aferrarse a una oferta

Desempleo y su duración

- La probabilidad de encontrar un trabajo en un período dado es:

$$H = 1 - F(w_R) = 1 - \int_0^{w_R} dF(w') = Prob(w > w_R)$$

- $H(\cdot)$ es una función de riesgo (hazard function) y mide la probabilidad de que el estado (desempleo) se quiebre en un período en particular.
- Entonces, la probabilidad de que el desempleo dura n períodos está dada por:

$$Prob(dur = n) = (1 - H)^{n-1} H$$

- Por tanto, la duración promedio viene dada por:

$$\begin{aligned} E(dur) &= \sum_{n=0}^{\infty} n\,(1 - H)^{n-1} H \\ &= \frac{1}{H} \end{aligned}$$

- Es decir, la duración promedio de desempleo es el inverso de la probabilidad de encontrar empleo.
  - Si $\uparrow w_R$, entonces $\downarrow H \implies \uparrow E(dur)$
- La duración del empleo viene dada por:

$$\begin{aligned} Prob(\text{dur emp} = n) &= (1 - \delta)^{n-1}\delta \\ E(\text{dur emp}) &= \sum_{n=0}^{\infty} n(1 - \delta)^{n-1}\delta \\ &= \frac{1}{\delta} \end{aligned}$$

Tasa de desempleo

- Suponga que existe un continuo de trabajadores idénticos ex ante que se mueven entre periodos de empleo y desempleo:

$$u_{t+1} = \delta (1 - u_t) + F(w_R) u_t$$

- En estado estacionario, $u_{t+1} = u_t = \bar{u}$. Entonces:

$$\bar{u} = \delta (1 - \bar{u}) + F(w_R) \bar{u}$$
$$\Rightarrow \bar{u} = \frac{\delta}{1 + \delta - F(w_R)}$$

- Es decir, cambios en $\delta, F(\cdot)$ y w_R pueden cambiar la tasa de desempleo estacionaria (largo plazo)

Limitaciones del modelo de McCall

- En el modelo, los trabajadores siguen una estrategia de salario de reserva
- Entonces las empresas no ganan nada posteando salarios $w > w_R$
- Al mismo tiempo, las empresas no van a poder contratar a nadie si postean $w < w_R$
- Entonces, $F(w)$ es degenerada: $F(w) = w_R$ (Paradoja de Rothschild)
  - Es difícil racionalizar la función $F(w)$ como resultado de una maximización de ganancias de las empresas

- Además, surge la Paradoja de Diamond:

$$w_R - z = \beta(Ew - z) + \beta \int_0^{w_R} F(w)dw \Rightarrow$$
$$w_R - z = \beta\left(w_R - z\right) \Rightarrow$$
$$w_R = z$$

Potenciales soluciones

- La idea es garantizar una distribución salarial
- Albrecht-Axell (1984): heterogeneidad en z
- Burdett-Judd (1983): múltiples aplicaciones
- Burdett-Mortensen (1998): búsqueda mientras se está empleado